

LARISSA MARQUES FREGUETE

MÉTODO PARA DETECÇÃO AUTOMÁTICA DE VÓRTICES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia, do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Ambiental.

Orientadores:

Prof. Dr. Julio Tomás Aquije Chacaltana.

Prof. Dr. Jorge Leonid Aching Samatelo

VITÓRIA
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL

LARISSA MARQUES FREQUETE

MÉTODO PARA DETECÇÃO AUTOMÁTICA DE VÓRTICES

VITÓRIA
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Setorial Tecnológica,
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

Freguete, Larissa Marques, 1990-
F858m Método para detecção automática de vórtices / Larissa Marques
Freguete. – 2016.
85 f. : il.

Orientador: Julio Tomás Aquije Chacaltana.
Coorientador: Jorge Leonid Aching Samatelo.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Ambiental) –
Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Singularidades (Matemática). 2. HYCOM. 3.
Reconhecimento de padrões. 4. Detecção automática. I.
Chacaltana, Julio Tomás Aquije. II. Samatelo, Jorge Leonid
Aching. III. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro
Tecnológico. IV. Título.

CDU: 628

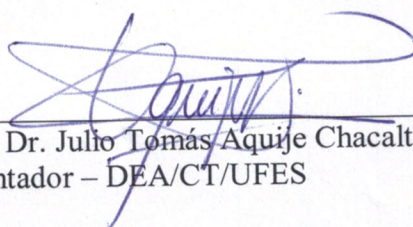


UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL

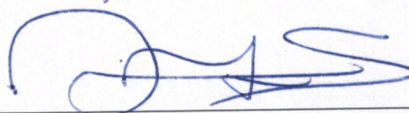
“MÉTODO PARA DETECÇÃO AUTOMÁTICA DE VÓRTICES”

LARISSA MARQUES FREGUETE

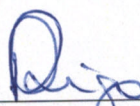
Banca Examinadora:



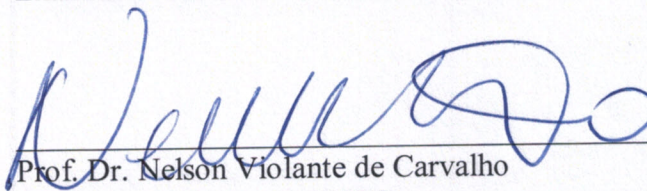
Prof. Dr. Julio Tomás Aquije Chacaltana
Orientador – DEA/CT/UFES



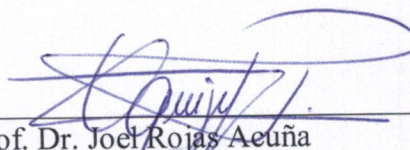
Prof. Dr. Jorge Leonid Aching Samatelo
Coorientador - DEE/CT/UFES



Prof. Dr. Daniel Rigo
Examinador Interno - DEA/CT/UFES



Prof. Dr. Nelson Violante de Carvalho
Examinador Externo – UFRJ



Prof. Dr. Joel Rojas Acuña
Examinador Externo – Universidad Nacional Mayor de San Marcos / PERU

O julgamento desta dissertação foi realizado com a participação por meio de videoconferência do **membro externo** o Prof. Dr. Joel Rojas Acuña seguindo as normas prescritas na portaria normativa nº. 2/2016. Desse modo, a assinatura do membro externo é representada neste documento pela respectiva assinatura do presidente da comissão julgadora, o Prof. Dr. Julio Tomás Aquije Chacaltana.

Coordenador do PPGEA: Prof. Dr. Edmilson Costa Teixeira
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Vitória, ES, 20 de Outubro de 2016.

“You could say we are puppets. But I believe that we are puppets with perception, with awareness. Sometimes we can see the strings. And perhaps our awareness is the first step in our liberation.”

Stanley Milgram

AGRADECIMENTOS

Sinto-me profundamente agradecida a Deus por ter concedido ânimo em meio a todos os desafios ocorridos ao longo destes anos para a realização desta dissertação. E assim, tem mostrado que há bonança mesmo em meio às tempestades.

É mister conceder a grande estima e a gratidão àquele que deu a orientação, não somente, mas também o apoio para que o objetivo deste trabalho fosse alcançado independentemente das intempéries. Devo estes sentimentos ao caro Prof. Dr. Julio Tomás Aquije Chacaltana, com o qual pude aprender não apenas assuntos acadêmicos, mas para toda a vida profissional.

Ao Prof. Dr Jorge Leonid Aching Samatelo devo, em especial, um muito obrigada pela orientação, pelas informações indispensáveis, por sua paciência e bom humor. Os agradecimentos se estendem ao fato da boa experiência que foi o trabalho em conjunto e sem o qual este escrito e todo o desenvolvimento por trás dele seriam, definitivamente, impossíveis.

Agradeço aos professores da banca: Prof. Dr. Daniel Rigo por seus comentários construtivos em visão da melhoria do trabalho e ao Prof. Dr. Nelson Violante por ter aceitado fazer parte do processo de avaliação.

Não posso deixar de agradecer àqueles que deixaram esta caminhada muito mais feliz. Eu agradeço aos meus familiares; aos meus amigos (por aguentarem as repetidas referências ao mundo acadêmico mesmo durante conversas não correlacionadas ao tópico); aos colegas do LABESUL (desde os mais novos aos veteranos) cuja a companhia rendeu várias risadas, conversas sobre política e atualidades e momentos que os farão memoráveis para a vida; e aos colegas que eu pude conhecer durante a vivência na UFES e que fizeram da ambiência universitária um local agradável.

RESUMO

No oceano, os vórtices estão relacionados com correntes de contorno oeste, como a Corrente do Brasil, que são reconhecidamente as de maior intensidade. Estas correntes detêm grande potencial de geração de vórtices, sejam estes ocasionados por instabilidades barotrópicas e/ou baroclínicas. Assim, neste trabalho o objetivo principal foi desenvolver uma técnica para detecção automática de vórtices utilizando os campos tridimensionais de velocidades do modelo HYCOM (***HY**brid **C**oordinate **O**cean **M**odel*). Sem perda de generalidade, a região de estudo é a área do oceano delimitada pelas latitudes de 19°S - 26°S e 35°O - 50°O de longitude, pois é uma região de grande ocorrência de vórtices. O campo de velocidades do modelo HYCOM é analisado por camada e a localização de uma singularidade presente no campo de velocidade é realizada pelo Índice de Poincaré (IP). O tipo de singularidade presente no campo de velocidades é identificado usando o modelo dinâmico linear que leva em consideração as informações da vizinhança à singularidade. Neste trabalho são apresentadas três técnicas diferentes para quantificar o IP. A primeira técnica usa somente os valores de orientação do campo de velocidade, a segunda usa uma integral de linha numa curva fechada, e a terceira usa uma integral de superfície. Um código numérico foi elaborado e as três técnicas comparadas usando o método de avaliação de diagnóstico. O desempenho das três técnicas foi avaliado considerando um banco de dados conformado por campos de velocidades do modelo HYCOM, onde, as singularidades presentes foram rotuladas manualmente. A quantificação do desempenho das técnicas é baseada nas métricas de sensibilidade (REC) e a precisão (PRE). Os resultados destas métricas mostram que a técnica 3 tem melhor desempenho para detectar singularidades (PRE = 73.96%, REC = 96.01%). Um vórtice quase-estacionário foi identificado na região do Cabo de São Tomé. O vórtice apresentou um perfil vertical bem desenvolvido até profundidades maiores de 2000 m e duração de 11 dias.

Palavras-chave: HYCOM, detecção automática, vórtices, classificação de singularidades, Índice de Poincaré.

ABSTRACT

In the ocean, the vortices are related to western boundary currents, as the Brazil Current, that are confessedly the currents with the highest intensity. These currents have a quite vortex generation potential either being caused by barotropic or baroclinic instabilities. Hence, the goal of this work was the development of a vortex automatic detection technique by using the 3D velocity fields from the computational model HYCOM (***HY**brid **C**oordinate **O**cean **M**odel*). Without a lack of generality, the study region is the area delimited by the latitudes of 19°S - 26°S and the longitudes of 35°O - 50°O as being a site of big occurrence of vortices. The HYCOM velocity field is analyzed by layers and the localization of an existing singularity in the velocity field is accomplished by the Poincaré Index (IP). The type of singularity is identified by using a linear dynamic model that takes in consideration the singularity's neighborhood informations. In this work are presented three different techniques to quantify the IP. The first technique uses only the orientation field values from the velocity field, the second uses a line integral in a closed curve, and the third one uses a surface integral. A numeric code was built and the three techniques compared by using a diagnostic assessment method. The techniques performances were evaluated considering a HYCOM velocity database where the occurring singularities were labelled manually. The measurement of the techniques performance is based on the sensibility (REC) and precision (PRE) metrics. The metrics results show that technique 3 has the best performance to identify the vortices (PRE = 73.96%, REC = 96.01%). A quasi-stationary vortex was identified in the Cabo de São Tomé area. The vortices presented a well-developed vertical profile that reaches depths higher than 2000 m and a time length of 11 days.

Keywords: HYCOM, automatic detection, vortices, singularities classification, Poincaré Index.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Representação de um campo de velocidades e seu correspondente campo de orientação.....	19
Figura 3.2 – Representação de uma curva fechada num campo de velocidades para o cálculo do IP.....	20
Figura 3.3 - Identificação na singularidade no campo vetorial e a distribuição do valores de IP para o mesmo campo.....	21
Figura 3.4 - Representação do plano-TD com a parábola $T^2 - 4D = 0$. Fonte: Hirsch <i>et al.</i> , 2004.	25
Figura 4.1 - Delimitação da área de estudo para a costa sudoeste do Brasil. .	26
Figura 4.2 - Representação da distribuição das massas d'água constituintes das correntes ao longo da costa brasileira. CNB = Corrente Norte do Brasil, CSE = Corrente Sul Equatorial, SNB= Subcorrente Norte do Brasil,CB= Corrente do Brasil, CCI = Corrente de Contorno Intermediária, CCP = Corrente Contorno Profunda. Soutelino, 2008.	28
Figura 4.3 - Três classes de regiões modelos para ajustar aos padrões semelhantes a um escoamento. Fonte: Rodrigues <i>et al.</i> ,1999.	31
Figura 6.1 - Saída dos processamentos do caso teste 1 para as 3 técnicas. Figura 6.1.a Técnica 1; Figura 6.1.b Técnica 2; Figura 6.1.c Técnica 3.....	61
Figura 6.2 - Saída dos processamentos do caso teste 2 para as 3 técnicas. Figura 6.2.a Técnica 1; Figura 6.2.b Técnica 2; Figura 6.2.c Técnica 3.....	62
Figura 6.3 - Aplicação da técnica 1. Figura 6.3a Janeiro; Figura 6.3b Fevereiro; Figura 6.3c Março; Figura 6.3d Abril.	65
Figura 6.4 - Aplicação da técnica 2. Figura 6.4.a Janeiro; Figura 6.4.b Fevereiro; Figura 6.4.c Março; Figura 6.4.d Abril.	66
Figura 6.5 – Aplicação da técnica 3. Figura 6.5a Janeiro; Figura 6.5b Fevereiro; Figura 6.5c Março; Figura 6.5d Abril.	67
Figura 6.6 - Escoamento médio para os meses de janeiro a abril do ano de 2012.	71
Figura 6.7 - Escoamento médio para os meses de maio a agosto do ano de 2012.	72
Figura 6.8 - Escoamento médio para os meses de setembro a dezembro do ano de 2012.	73

Figura 6.9 - Vórtice detectado na costa do Rio de Janeiro na região aproximada de 22°S e 38°O (evidenciado em vermelho). Dias 5 - 8 de janeiro.....	74
Figura 6.10- Vórtice detectado na costa do Rio de Janeiro na região aproximada de 22 °S e 38°O (evidenciado em vermelho). Dias 9 - 12 de janeiro.	75
Figura 6.11 - Vórtice detectado na costa do Rio de Janeiro na região aproximada de 22 ° S e 38°O (evidenciado em vermelho). Dias 13 - 15 de janeiro.	76
Figura 6.12 - Representação das linhas de corrente e o desenvolvimento da coluna Taylor-Proudman. Dias 5-6 de janeiro.	77
Figura 6.13 - Representação das linhas de corrente e o desenvolvimento da coluna Taylor-Proudman.Dias 9 e 10 de janeiro.	78

LISTA DE ABREVIações E SIGLAS

ACAS - Água Central do Atlântico Sul.

AIA - Água Intermediária Antártica.

APAN - Água Profunda do Atlântico Norte.

AT - Água Tropical.

CAS - Corrente do Atlântico Sul.

CB - Corrente do Brasil.

CCI - Corrente de Contorno Intermediária.

CCO - Corrente De Contorno Oeste.

CCP - Corrente de Contorno Profunda.

CF - Cabo Frio.

CG - Corrente do Golfo.

CNB - Corrente Norte do Brasil.

CSE - Corrente Sul Equatorial.

CST -Cabo de São Tomé.

FN - Falso negativo.

FOM - Feições Oceanográficas de Mesoescala.

FP - Falso Positivo.

HYCOM - *Hybrid Coordinate Ocean Model*.

IP - Índice de Poincaré.

NCODA - *Navy Coupled Ocean Data Assimilation*.

PRE - Precisão.

REC - Revocação ou sensibilidade.

ROMS - *Regional Ocean Modeling System*.

VIX - Vitória.

VRC - Vórtices de Royal Charlotte.

VP -Verdadeiro Positivo.

VV - Vórtice de Vitória.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	MOTIVAÇÃO.....	13
1.2	DETECÇÃO DE VÓRTICES	14
2	OBJETIVOS	16
2.1	OBJETIVO GERAL	16
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	17
3.1	TEORIA DA DETECÇÃO DE PADRÕES.....	17
3.2	CAMPOS DE VELOCIDADES	18
3.3	ÍNDICE DE POINCARÉ	19
3.4	SISTEMAS DINÂMICOS LINEARES BIDIMENSIONAIS.....	22
3.5	RETRATO DE FASE.....	24
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	26
4.1	DINÂMICA DO OCEANO NA REGIÃO SUDESTE BRASILEIRA.....	26
4.2	MÉTODOS DE DETECÇÃO DE FEIÇÕES.....	28
4.2.1	Métodos Baseados na Geometria	29
4.2.2	Métodos Baseados em Parâmetros Físicos	32
4.2.3	Métodos de Combinação.....	34
5	METODOLOGIA	35
5.1	OBTENÇÃO DO CAMPO DE VELOCIDADES	35
5.2	DETECÇÃO DAS SINGULARIDADES PRESENTES NO CAMPO DE VELOCIDADES	36
5.3	CÁLCULO DO ÍNDICE DE POINCARÉ UTILIZANDO O CAMPO DE ORIENTAÇÕES.....	37
5.4	CÁLCULO DO ÍNDICE DE POINCARÉ UTILIZANDO CAMPO DE VELOCIDADES	38

5.4.1	Cálculo do Índice de Poincaré Baseado na Aproximação Numérica da Integral de Linha	43
5.4.2	Cálculo do Índice de Baseado na Aproximação Numérica na Integral de Superfície	47
5.5	CLASSIFICAÇÃO DAS SINGULARIDADES DETECTADAS NO CAMPO DE VELOCIDADES	49
5.6	AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DAS TÉCNICAS.....	54
5.6.1	Rotulação supervisionada das singularidades.....	55
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	56
6.1	AVALIAÇÃO DAS TÉCNICAS	56
6.1.1	Avaliação das Técnicas para cada Singularidade	57
6.2	ANÁLISE DESCRITIVA DAS TÉCNICAS	59
6.3	DETECÇÃO DE VÓRTICES NA COSTA BRASILEIRA.....	68
7	CONCLUSÕES	79
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	80

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Feições Oceanográficas de Mesoescala (FOM) são formas bem definidas que se apresentam em toda a estrutura das massas de água dos oceanos e são originadas pela instabilidade do movimento das massas de água com o leito oceânico, bordas continentais, interação com outras massas, dentre outros processos. Dentre as instabilidades comumente encontradas nos oceanos, temos como exemplos o meandramento dos jatos e os vórtices resultantes da interação das correntes com ilhas e/ou acúmulo da vorticidade em reentrâncias. As instabilidades apresentam comumente escalas espaciais horizontais da ordem de dezenas a centenas de quilômetros, e temporal; da ordem de 10 a 150 dias. Nota-se que na escala espacial são considerados fenômenos de microescala – aqueles que atingem até 0,5 km; pequena escala - de 0,5 a 40 km; mesoescala - de 40 a 200 km; macroescala - maior que 200 km, mas deve-se ressaltar que não há uma divisão exata em quilômetros para os processos oceanográficos, pois os mesmos estão associados dinamicamente aos sistemas atmosféricos.

Em geral, as escalas temporais para os processos de pequena escala são inferiores a 10 dias, e variam de 10-150 dias para processos de mesoescala (ROBINSON, 1983; PEREIRA *et al.*, 2009). No entanto, a costa sudeste brasileira é bordejada por uma Corrente de Contorno Oeste (CCO) formada pela Corrente do Brasil (CB) que apresenta certa complexidade devido à interação com a costa e a batimetria, e isto é um fator definitivo para que haja uma variabilidade nas dimensões dos processos de mesoescala, sendo comum encontrar na região feições com duração não muito maior a 10 dias.

A importância de estudar vórtices na região da costa sudeste brasileira é devido à diversidade de recursos naturais na área, pois nela estão presentes as bacias petrolíferas de Pelotas, Campos e Santos, sendo esta onde, recentemente, foram descobertas novas reservas de óleo no estrato sedimentológico do pré-sal. Assim que a atividade de extração de recursos minerais também gera a necessidade para uma maior atenção à vulnerabilidade ecológica das comunidades marinhas ali presentes.

Por isso, é observada a necessidade de desenvolver um maior conhecimento quanto à detecção das FOM provenientes dos processos oceanográficos na região, uma vez que a geração de vórtices - como exemplo de um deles - pode provocar ascensão de águas sub-superficiais ricas em nutrientes para a zona eufótica permitindo um ambiente propício ao desenvolvimento de produtores primários. A partir do conhecimento das localizações dos vórtices, podem ser inferidos prováveis pontos de maior diversidade e produtividade biológica em regiões oceânicas. Também há a preocupação concernente às áreas de engenharia (oceânica e naval) já que estes podem causar uma intensificação repentina nas velocidades das correntes, aumentando com isso o esforço em estruturas como plataformas, dutos e sistemas submarinos, além de interferirem de forma marcante na velocidade de propagação de sinais acústicos marinhos (SOUZA, 2005; DE PAULA *et al.*, 2013).

Assim, este trabalho pretendeu usar metodologia de reconhecimento de padrões já existente na literatura para detecção automática de vórtices.

1.2 DETECÇÃO DE VÓRTICES

Na literatura, existem diversas metodologias para se abordar o problema de detecção de vórtices as quais podem ser agrupadas em três grupos: as baseadas na geometria, baseadas em parâmetros físicos e as de combinação entre estas duas.

No início do processamento de imagem e reconhecimento de padrões, os trabalhos de detecção de vórtices atinham-se basicamente ao uso de parâmetros físicos e a características geométricas. Os parâmetros físicos eram utilizados como indicadores de um evento de vórtice, sendo alguns deles a helicidade (DEGANI *et al.*, 1990), linha de corrente (SADARJOEN *et al.*, 1998) e máxima vorticidade (STRAWN *et al.*, 1999). No entanto, esses métodos são dependentes da definição de um limiar para os valores de cada parâmetro para a exclusão de pontos candidatos a serem vórtices que, na realidade, não são (falsos positivos).

Já para a abordagem geométrica, tem-se datado trabalhos desde 1990 seguindo a sugestão de Wechsler (1980), que indicava que o processamento de imagens e o reconhecimento de padrões seriam beneficiados caso a

problemática da análise de textura fosse resolvida. Motivados por esse desafio, Kass e Witkin (1987) e Rao e Schunck (1991) publicaram trabalhos que disponibilizam uma forma de solução utilizando o cálculo de campo de orientação, servindo como base teórica para posteriores pesquisas direcionadas ao estudo de escoamento.

A partir de 1990, foram iniciados estudos no domínio da dinâmica de fluido baseados na ideia de cálculo do campo de orientação e a teoria de retratos de fase relacionados a sistemas dinâmicos utilizando retratos do escoamento o que possibilitava a interpretação dos movimentos complexos do fluido e na localização de vórtices (RAO E JAIN, 1992; SHU *et al.*, 1991; FORD, 1997). Posterior e concomitantemente, foram publicados diversos trabalhos disponibilizando variadas maneiras de se localizar vórtices como mais à frente será discursado.

Devido à escassez de dados *in situ*, o presente trabalho utiliza a teoria de retratos de fase e sistemas dinâmicos para detectar eventos de vórtices na região da costa sudeste brasileira utilizando dados provenientes de modelagem numérica.

O trabalho está dividido em 8 capítulos. Sendo que no capítulo 3 será explanado sobre a base teórica que envolve o processo de detecção de singularidades. No capítulo 4 está apresentada uma revisão sobre a dinâmica do local de estudo e sobre as metodologias encontradas até o presente momento que tangem o contexto de reconhecimento e detecção de singularidades.

Os procedimentos do desenvolvimento das técnicas para a detecção de singularidades, assim como a avaliação do desempenho das mesmas estão expostos no capítulo 5. Nos capítulos 6, 7 e 8 estão presentes a discussão dos resultados, conclusão e referência bibliográfica, respectivamente.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Desenvolver técnica para detecção de vórtices de forma não-supervisionada.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver técnicas derivadas do Índice de Poincaré;
- Desenvolver método para classificação de singularidades;
- Verificar a técnica mais adaptada para aplicação;
- Analisar a aplicação da técnica.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Esta seção tem a função de apresentar a base teórica sobre a qual este trabalho foi desenvolvido. Assim que, logo abaixo estão introduzidos os conceitos relacionados a este processo de detecção como: sistemas dinâmicos, retratos de fase, Índice de Poincaré (IP) e as teorias correlatas a eles.

3.1 TEORIA DA DETECÇÃO DE PADRÕES

O uso de imagens de escoamentos trouxe certas vantagens para análises com métodos baseados no reconhecimento de padrões, já que a dinâmica do escoamento gera padrões visuais considerados como texturas ideais para tais métodos.

Wechsler (1980), em sua época, apontava que a solução o problema de análise de textura traria um grande avanço para o campo de processamento de imagem e reconhecimento de padrões, e assim correu. Muitas técnicas foram desenvolvidas até hoje - algumas apresentadas no tópico 3.2 - e vêm sendo aplicadas nas áreas de processamento de imagens biomédicas; automação industrial, no controle de qualidade e no sensoriamento remoto em análises de estimativa de plantação, estudos ecológicos, comportamento de diversos tipos de escoamento, etc (AZUMA e FUKUSHIMA, 1976; CORE *et al.*, 1979; IWASAKI e TANAKA, 1983; RODRIGUES *et al.*, 1998; ANDRÉ e RANGAYYAN, 2006).

Para a resolução do problema de análise do comportamento hidrodinâmico de fluidos, uma das metodologias que vieram alcançar tal objetivo foi a de cálculo de campo de orientação do escoamento. Os primeiros estudos que lançaram mão dessa abordagem foram os de Kass e Witkin (1987) e Rao e Schunck (1991) onde foram desenvolvidos algoritmos para o cálculo de um campo de orientação. Assim que com este campo é possível estimar as características do retrato de fase relacionado à singularidade em questão por meio de estratégias estatísticas e, conseqüentemente, fazer a avaliação do escoamento (SHU e JAIN, 1994; FORD, 1997).

3.2 CAMPOS DE VELOCIDADES

De maneira geral, os campos de velocidades são campos vetoriais, onde para cada posição espacial (x,y) existe um vetor $[u,v]$ que representa a variação da posição em relação ao tempo, ou seja,

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \frac{dx}{dt} \\ v(x, y) &= \frac{dy}{dt} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.1}$$

Os campos de velocidades representam padrões de escoamento, e quando há descontinuidade no padrão de disposição dos vetores, considera-se a presença de uma singularidade. A posição onde estas descontinuidades estão presentes é considerada como um ponto singular do campo.

Um parâmetro de interesse é a orientação de cada vetor $[u,v]$, calculado como o ângulo formado entre o correspondente vetor num ponto e o eixo horizontal, tal como é mostrado na Figura 3.1. Sendo assim, a orientação é calculada como

$$\theta(x, y) = \arctan\left(\frac{v(x, y)}{u(x, y)}\right). \quad \text{Eq. 3.2}$$

Ressalta-se que o conjunto de valores de θ é denominado como campo de orientação.

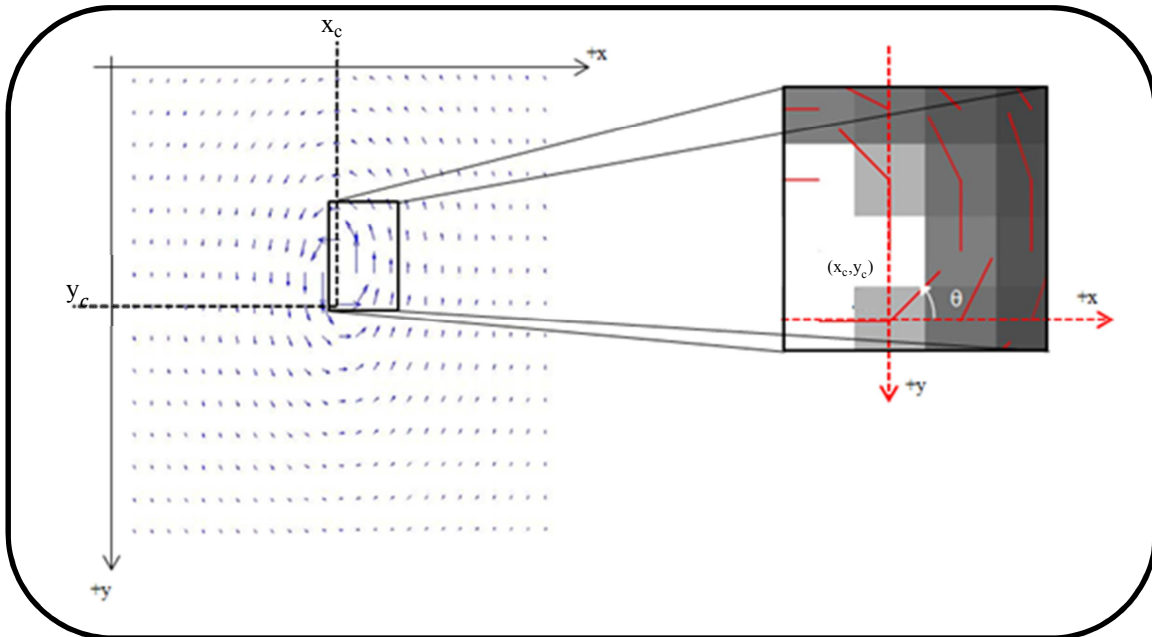


Figura 3.1 - Representação de um campo de velocidades e seu correspondente campo de orientação.

3.3 INDÍCE DE POINCARÉ

O matemático Jules Henri Poincaré, quem dá o nome ao índice, descobriu que para determinar em que tipo de retrato de fase um sistema dinâmicos resulta, é necessário levar a atenção aos pontos onde Eq. 3.4 é nula, os quais são chamados pontos críticos ou de equilíbrio. Foi constatado pelo matemático que pontos críticos possuem a característica de apresentar valores (posteriormente denominados IP) não nulos, ver Figura 3.3, sendo tal índice formulado por

$$IP = \frac{1}{2\pi} \int_C d\theta. \quad \text{Eq. 3.3}$$

IP representa a soma total de números de voltas em relação a função que descreve o campo vetorial. Neste sentido, a Eq. 3.3, é a soma dos ângulos presentes numa curva fechada C localizada sobre um campo vetorial \mathbf{v} , ver Figura 3.2. No caso de IP com valores inteiros positivos, o sentido da volta é anti-horário, caso contrário; sentido horário.

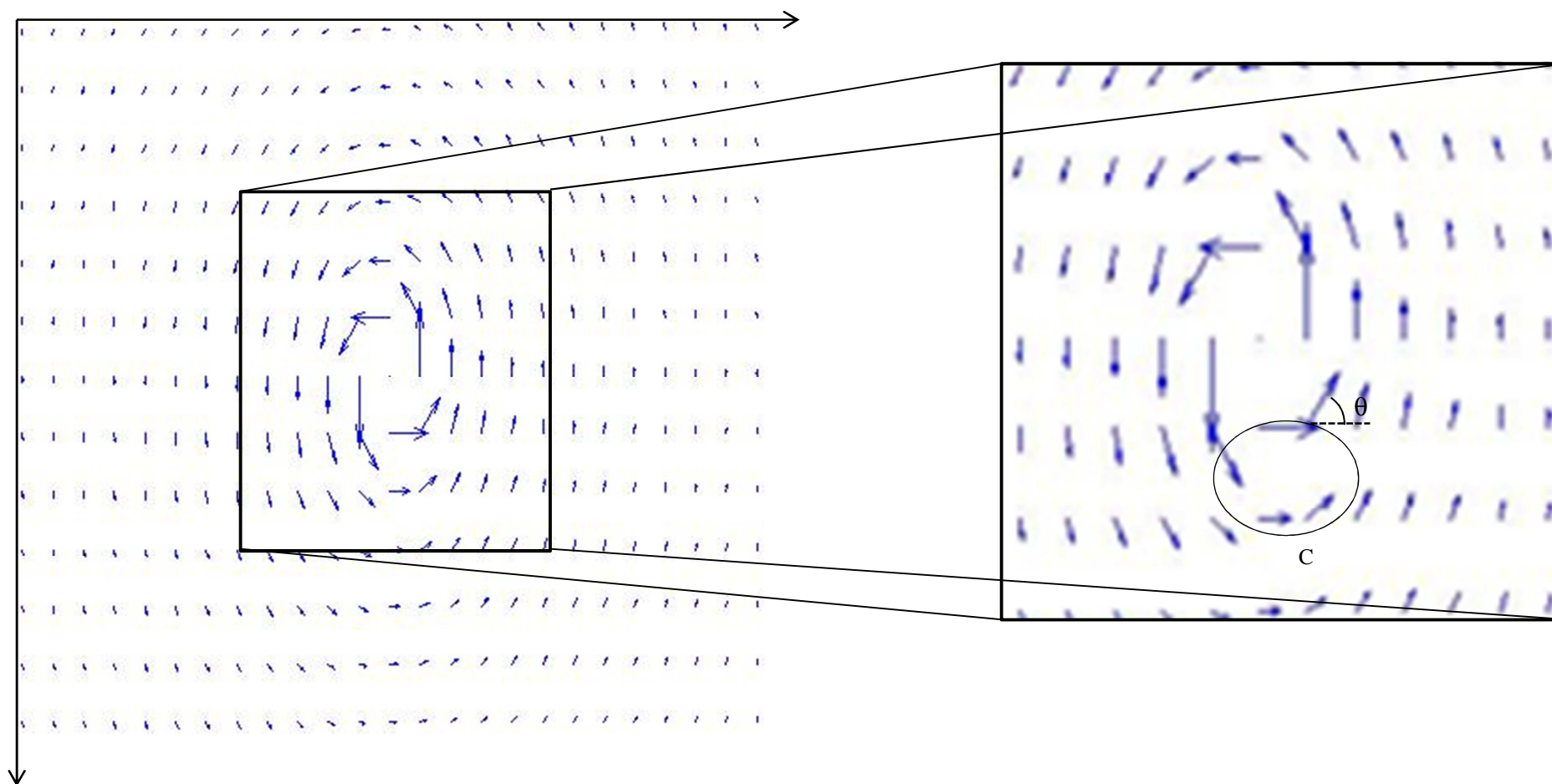


Figura 3.2 – Representação de uma curva fechada num campo de velocidades para o cálculo do IP.

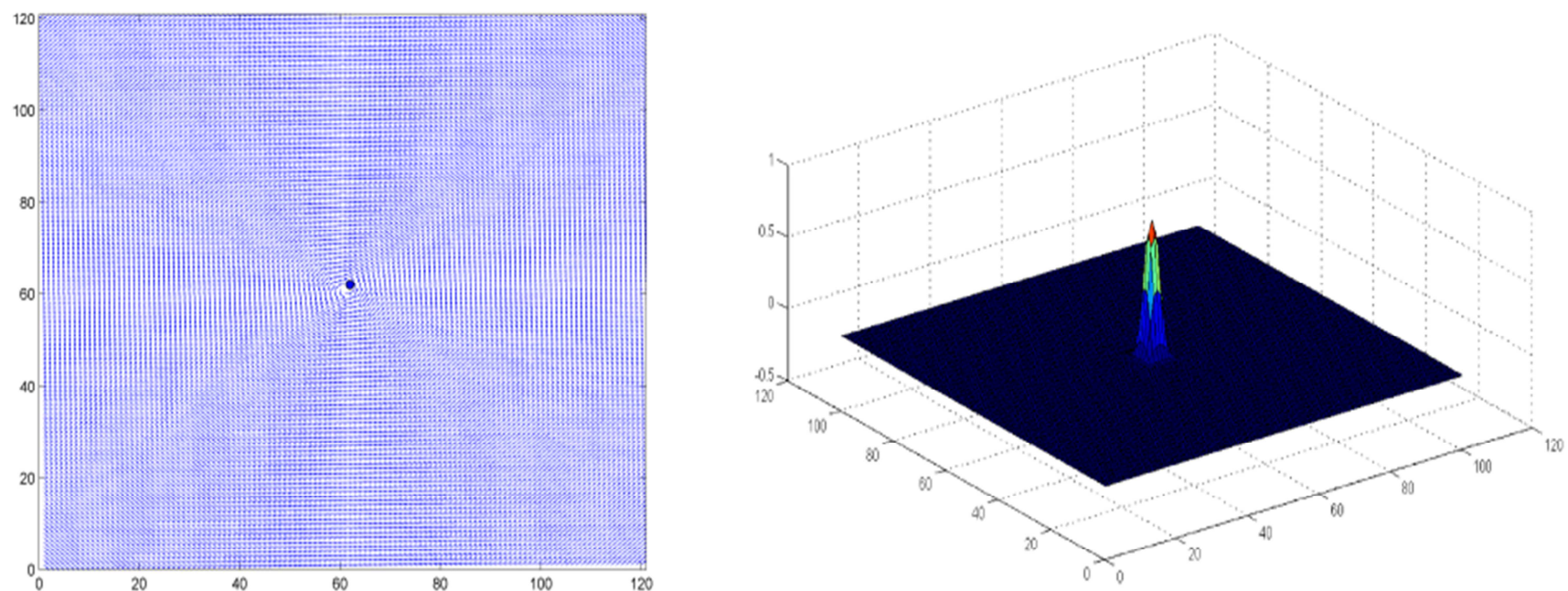


Figura 3.3 - Identificação na singularidade no campo vetorial e a distribuição do valores de IP para o mesmo campo.

3.4 SISTEMAS DINÂMICOS LINEARES BIDIMENSIONAIS

A saber, um sistema pode ser definido como um conjunto de objetos agrupados por alguma interação ou interdependência, de modo que existam relações de causa e consequência nos fenômenos que ocorrem sobre os elementos. Adicionalmente, o sistema é considerado dinâmico quando as grandezas envolvidas variam no tempo.

Sistemas dinâmicos lineares bidimensionais são considerados a classe mais importante entre os sistemas planares de equações diferenciais, pois permite modelar as vizinhanças centradas no ponto singular de certa forma que torna possível a definição do tipo de singularidade presente nesse ponto.

O sistema dinâmico assume a seguinte forma paramétrica

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + by + e \\ \dot{y} = cx + dy + f, \end{cases} \quad \text{Eq. 3.4}$$

onde a, b, c, d, e e f são os coeficientes constantes das equações diferenciais ordinárias.

Considerando que

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \text{Eq. 3.5}$$

a Eq. 3.4 pode ser escrita na forma matricial, como

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}, \quad \text{Eq. 3.6}$$

onde a matriz \mathbf{A} e o vetor \mathbf{b} são definidas pela expressões

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}. \quad \text{Eq. 3.7}$$

Supondo que o sistema planar está centrado na origem dos eixos coordenados, cumpre-se que $\mathbf{b}=0$. Então a Eq. 3.6 pode ser simplificada como

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad \text{Eq. 3.8}$$

Uma possível solução para o sistema planar é dada pela expressão

$$\mathbf{x} = e^{\lambda t} \mathbf{c}. \quad \text{Eq. 3.9}$$

Substituindo a Eq. 3.9 na Eq. 3.8, e operando, é demonstrado que os valores de λ e \mathbf{c} são as soluções ao problema dos autovalores e autovetores da matriz \mathbf{A} (ver Eq. 3.12).

$$\frac{de^{\lambda t} \mathbf{c}}{dt} = \mathbf{A}(e^{\lambda t} \mathbf{c}); \quad \text{Eq. 3.10}$$

$$\lambda e^{\lambda t} \mathbf{c} = e^{\lambda t} \mathbf{A}\mathbf{c}; \quad \text{Eq. 3.11}$$

$$\lambda \mathbf{c} = \mathbf{A}\mathbf{c}. \quad \text{Eq. 3.12}$$

Então, a solução completa do sistema planar será definida pela expressão

$$\mathbf{x} = e^{\lambda_1 t} \mathbf{c}_1 + e^{\lambda_2 t} \mathbf{c}_2. \quad \text{Eq. 3.13}$$

Onde \mathbf{c}_1 e \mathbf{c}_2 são os autovetores associados aos autovalores λ_1 e λ_2 da matriz \mathbf{A} , Para este caso, os valores dos autovalores λ_1 e λ_2 são definidos pelas expressões:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{tr(\mathbf{A}) + \sqrt{\Delta}}{2}; \\ \lambda_2 &= \frac{tr(\mathbf{A}) - \sqrt{\Delta}}{2}, \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.14}$$

onde $tr(\mathbf{A}) = a + d$ e $\Delta = tr(\mathbf{A})^2 - 4det(\mathbf{A})$.

3.5 RETRATO DE FASE

O retrato de fase é a representação em um plano cartesiano do conjunto de soluções possíveis dos sistemas dinâmicos bidimensionais. Tendo em vista o que foi apresentado no tópico sobre sistemas dinâmicos lineares bidimensionais, os retratos de fase são dependentes dos autovalores da matriz \mathbf{A} . Portanto, para cada formato que a matriz \mathbf{A} toma, é possível observar um retrato de fase diferente (RAO e JAIN, 1992; SHU e JAIN, 1994; ANTON E RORRES, 2001; TESCHL, 2013).

Segundo Hirsch *et al.* (2004), pode ser utilizado o plano traço-determinante para determinar o tipo de singularidade detectada (retrato de fase), ver Figura 3.4. Este plano usa os valores do traço da matriz \mathbf{A} , $T = \text{tr}(\mathbf{A})$, e o determinante da matriz \mathbf{A} , $D = \det(\mathbf{A})$, como pontos de coordenada (T, D) no plano- TD . O tipo de singularidade detectada é determinado em função das seguintes condições:

- Se $T^2 - 4D < 0$, então, existem 3 tipos de singularidades:
 - espiral sumidouro, se $T < 0$;
 - espiral fonte, se $T > 0$;
 - e cêntrico, se $T = 0$.
- Se $T^2 - 4D > 0$, então:
 - sela, se $D < 0$;
 - sumidouro, se $D > 0$ e $T < 0$;
 - fonte, se $D > 0$ e $T > 0$.

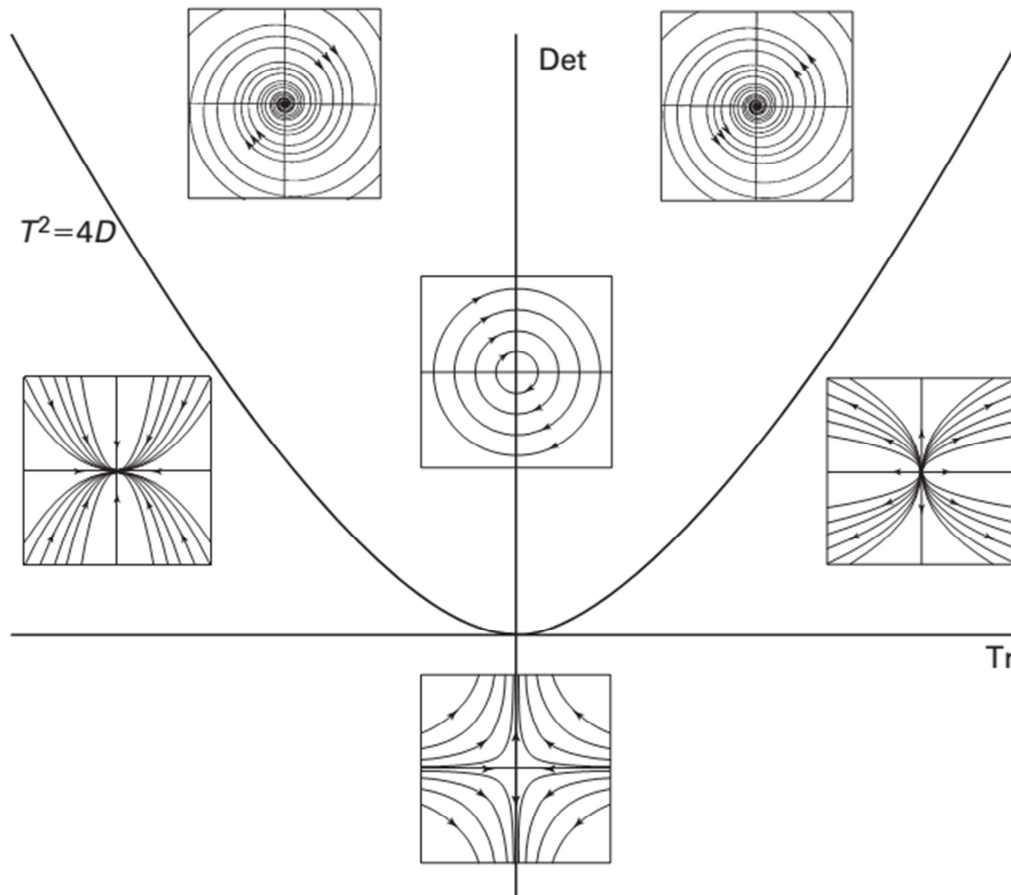


Figura 3.4 - Representação do plano-TD com a parábola $T^2 - 4D = 0$. Fonte: Hirsch *et al.*, 2004.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção está disposta uma revisão sobre a dinâmica do oceano presente na área designada para a aplicação e sobre o que pode se encontrar na literatura referente ao tema de detecção de feições, sendo vórtice uma delas.

4.1 DINÂMICA DO OCEANO NA REGIÃO SUDESTE BRASILEIRA

A área definida para execução do trabalho foi a região contida entre 19°S - 26°S de latitude e 35°O - 50°O de longitude, considerada como a costa sudeste do Brasil. Esta área é onde estão limitadas as principais ocorrências dos vórtices, como os de Vitória (VIX), de Cabo Frio (CF) e Cabo de São Tomé (CST) que são bem estudados através de análises de campos de velocidades *in situ* (GARFIELD III, 1990; MASCARENHAS *et al.*, 1971; SCHMID *et al.*, 1995), campos de velocidade originados por modelos (LIMA, 2011; CALADO, 2006) e por meio de imagens de satélite (PAES, 2009; TEIXEIRA *et al.*, 2009).

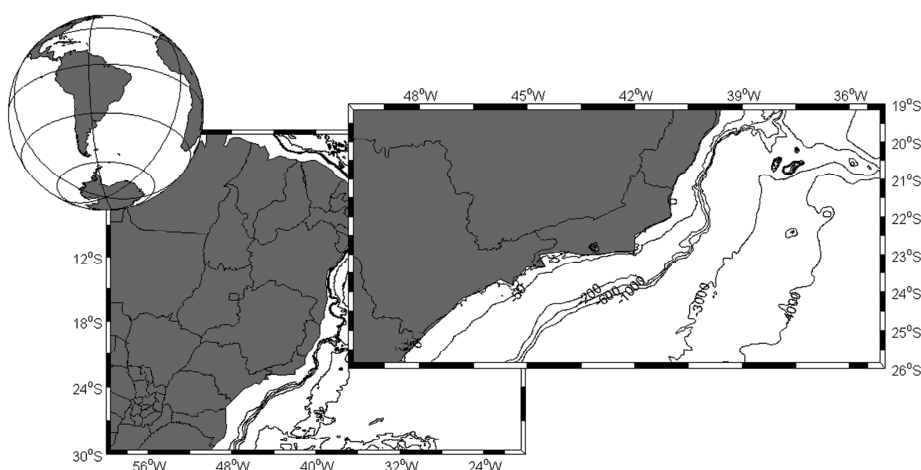


Figura 4.1 - Delimitação da área de estudo para a costa sudoeste do Brasil.

A costa sudeste brasileira é influenciada pela CB, que é proveniente da bifurcação da Corrente Sul Equatorial (CSE) ao se deparar com a barreira física do continente. Essa separação ocorre na latitude de 10°S e além da CB dá origem a um outro ramo que flui para o norte que origina a Corrente Norte do Brasil (CNB). Nesta região da divisão, a CB ainda é uma corrente fraca e rasa que transporta predominantemente Água Tropical (AT) em níveis superficiais, Figura 4.2, e somente mais ao sul, aproximadamente a 15°S, é onde está organizada como CCO que fecha o giro subtropical da Atlântico Sul.

A partir daí a CB flui ao longo do Brasil pelo talude e se prolonga até a latitude de 33°S - 38°S onde há o encontro com a Corrente das Malvinas dando origem a Água Central do Atlântico Sul (ACAS) e também a Corrente do Atlântico Sul (CAS) (SILVEIRA *et al.*, 2000; LIMA, 2011).

Na latitude de 15°S, começam a ser incorporadas novas massas d'água à CCO, como a ACAS que atinge profundidades até 600 m e que junto com a AT formam a CB; a Água Intermediária Antártica (AIA), que se encontra numa profundidade aproximada de 1000 m; e a Água Profunda do Atlântico Norte (APAN), à cerca de 3000 m. Essa distribuição vertical de massa d'água gera uma extensão de 3 km a CB e um aumento no transporte volumétrico para 6 Sv, quando antes à 10°S era de 4 Sv (SILVEIRA *et al.*, 2000). No entanto, existe um padrão de escoamento contrastante tendo a CB escoando para o sul, a Corrente de Contorno Intermediária (CCI) formada pela AIA escoando para o norte, e a Corrente de Contorno Profunda (CCP) formada pela APAN escoando, no fundo, também para o sul. A essa oposição de direção das correntes CB e CCI deu-se o nome sistema CB-CCI e muitos autores relacionam-na com a formação de vórtices no sudeste do Brasil (BOEBEL, 1999; BARRETO, 2014).

Silveira *et al.* (2000) em sua tentativa de compilar os trabalhos relacionados a CB afirma que esta é, em comparação a Corrente do Golfo (CG), uma corrente de baixa expressão em transporte, no entanto, podem ser encontrados meandros e vórtices em seu escoamento, como os vórtices descritos pela primeira vez por Mascarenhas *et al.* (1971) na região de Cabo Frio, à 23°S de latitude, e depois por Signorini (1978), que descreveu um vórtice anticiclônico com extensão vertical de 500 m e de comprimento de raio de 100 km. Uma vez que a CB é considerada uma corrente relativamente fraca devido a componente termohalina da circulação ter sentido oposto àquele gerado pelo padrão de vento do Atlântico Sul (STOMMEL, 1965), deve-se dar a responsabilidade da formação desses meandros e vórtices à fisiografia da costa sudeste e à instabilidade baroclínica/barotrópica causada, principalmente, pelo sistema CB-CCI (CUSHMAN-ROISIN, 1994; SILVEIRA *et al.*, 2000; CALADO, 2001; MATTOS, 2006; LIMA, 2008; SILVEIRA *et al.*, 2008).

Apesar da longa jornada de estudo e trabalhos datados desde 1971 sobre a dinâmica da CB e, principalmente, dos vórtices ocorrentes nessa região do Brasil, Lima (2011) indica que meandros na região de CST e CF ainda são insipientes e o perfil vertical desses processos é pouco conhecido. Não obstante, Silveira *et al.* (2000) afirma que para conhecer melhor o papel dos meandramentos desta corrente e, conseqüentemente, os vórtices originados deles, é necessário conhecer a frequência de suas ocorrências e de suas velocidades. Tal afirmação é reforçada por Lima (2011) ao dizer que a maioria dos estudos realizados sobre esse assunto são praticados com base em modelagem numérica e muito poucos utilizaram dados de campo como o de Godoi (2005) e Silveira *et al.* (2008).

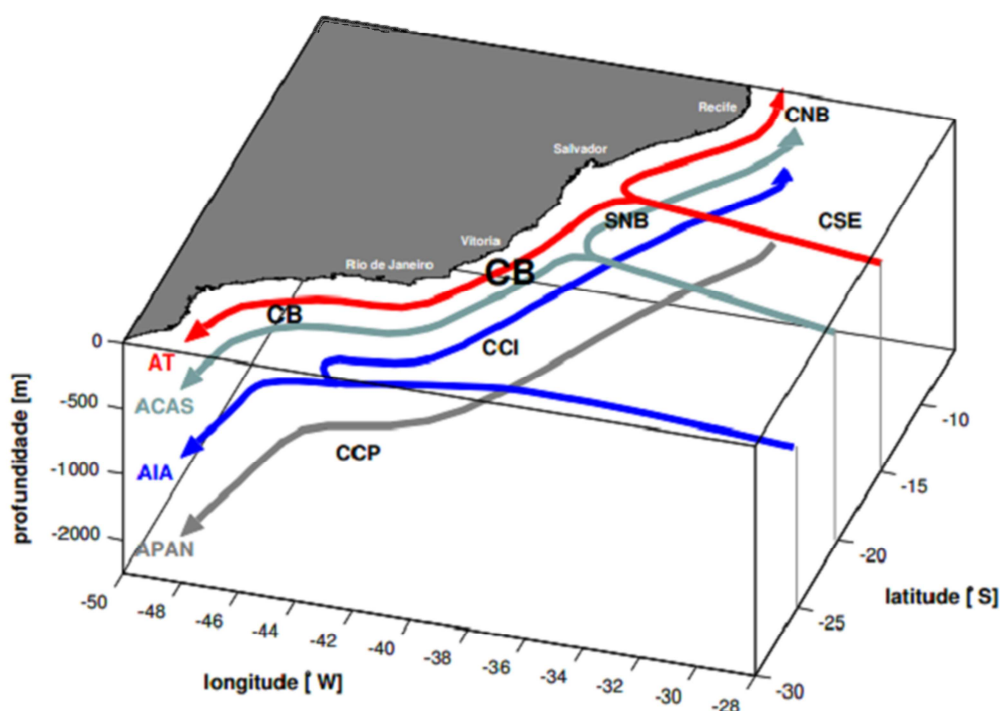


Figura 4.2 - Representação da distribuição das massas d'água constituintes das correntes ao longo da costa brasileira. CNB = Corrente Norte do Brasil, CSE = Corrente Sul Equatorial, SNB= Subcorrente Norte do Brasil, CB= Corrente do Brasil, CCI = Corrente de Contorno Intermediária, CCP = Corrente Contorno Profunda. Soutelino, 2008.

4.2 MÉTODOS DE DETECÇÃO DE FEIÇÕES

Quanto à detecção de feições, há várias formas de se lidar com a problemática e isso leva a um grande leque de metodologias encontradas na literatura. Dentre elas, existem as que levam em conta apenas as características físicas

do escoamento, as que tomam o tópico como uma questão geométrica e também há aquelas que praticam a combinação entre as duas. Esta separação foi realizada tendo em consideração a classificação utilizada por Nencioli *et al.* (2010). As seções abaixo são uma tentativa de descrever exemplares de metodologias encontradas para cada classificação.

4.2.1 Métodos Baseados na Geometria

As metodologias presentes nessa categoria estão relacionadas ao esforço de se encontrar uma equação que descreva o campo vetorial examinado e que solucione a problemática de aproximá-lo a uma forma geométrica já conhecida.

No trabalho de Rodrigues *et al.* (1998) houve uma releitura das metodologias apresentadas por Rao e Jain (1992), Shu *et al.* (1991) e Ford (1997), sendo uma tentativa de resolver alguns problemas presentes nos métodos dos trabalhos citados com o fim de utilizá-los no estudo do comportamento do fluxo sanguíneo. A desvantagem evidenciada por Rodrigues *et al.* (1998) quanto ao primeiro trabalho é que há uma demanda alta de tempo computacional devido à necessidade do cálculo da inversa de uma matriz para a estimativa dos pontos críticos, apesar de que este método consegue encontrar todos os pontos críticos de uma imagem de orientação de um escoamento. Sobre a técnica de Shu *et al.* (1991) o autor indica que, embora o tempo computacional foi otimizado ao se usar o conceito de isolinhas, a sua competência para encontrar os pontos críticos é menor. E para o último trabalho, apenas foi expressa a opinião de que este foi uma tentativa de solução dos problemas dos métodos dos dois trabalhos anteriores, tendo como abordagem a junção do conceito de isolinhas com a teoria dos sistemas dinâmicos. Ao observar a problemática de cada um destas 3 publicações, Rodrigues *et al.* (1998) sugeriu então uma abordagem que se diferencia em como foram aplicadas as teorias basilares dos trabalhos comentados, como o uso da moda dos valores de direção de cada ponto ao invés do cálculo individual ponto-a-ponto da orientação do escoamento. Também foi escolhido um processo de tomada de decisão mais rápido para a definição do que seria um ponto crítico. O restante do procedimento foi aplicado semelhantemente como nos trabalhos de Rao e Jain (1992) e Ford (1997): utilizando a teoria dos Sistemas Dinâmicos e os

critérios de Jordan para a classificação de tipos de retratos de fase, tal teoria pode ser encontrada em Hirsch *et al.* (2004).

Já em 1999, Rodrigues *et al.* (1999) baseados nas metodologias dantes citadas no trabalho de Rodrigues *et al.* (1998) divulgaram um trabalho de análise de escoamento por meio de imagens de forma que as imagens são consideradas como superfícies de textura orientada. Sua metodologia está constituída em quatro etapas: detecção da orientação, localização do ponto crítico potencial, ajuste das classes de padrões e, por último, a descrição dos padrões. Para obter a orientação local da imagem foi necessário o cálculo da orientação do escoamento em cada pixel, e para isso foi utilizado o filtro de Sobel. No entanto, antes da aplicação do filtro Sobel, a imagem de entrada foi suavizada a fim de evitar ruídos por meio de um filtro Gaussiano. Assim que para definir os pontos potenciais foram selecionadas as regiões que, em relação a um ponto central, demonstrassem uma variação monotônica (crescente ou decrescente) dos valores dos ângulos.

Uma vez selecionados os pontos onde era mais provável encontrar uma textura orientada, foi dado sequência ao terceiro passo dos 4 definidos por essa metodologia, o ajuste das classes de padrões. Esta se refere a fase de classificação das regiões encontradas, usando regiões modelos que já possuíam padrões de escoamento pré-definidos como cêntrico, nó e sela, Figura 4.3. A combinação foi feita entre essas matrizes modelos e o as regiões potenciais com pontos críticos por meio da seguinte equação

$$S = \sum_{i,j \in I} |\sin(\alpha_{i,j} - \beta_{i,j})| \quad \text{Eq. 4.1}$$

obtida do trabalho de Rao e Jain (1992). $\alpha_{i,j}$ e $\beta_{i,j}$ são as direções do escoamento e as direções obtidas das regiões modelos, respectivamente, para cada ponto (i,j) e I é a janela da vizinhança a ser calculada relacionada ao modelo. Para definir se o ajuste indicava a detecção de uma classe qualquer de padrão foi definido um valor limiar tal que um padrão é considerado detectado somente se o ponto crítico potencial apresentava um valor de S menor que o limiar.

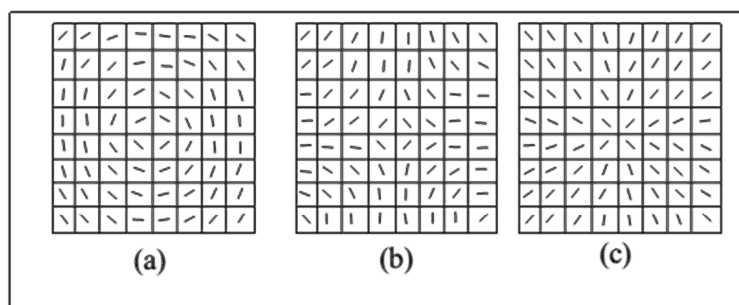


Figura 4.3 - Três classes de regiões modelos para ajustar aos padrões semelhantes a um escoamento. Fonte: Rodrigues *et al.*, 1999.

Ao final da metodologia, foi efetuada a descrição simbólica dos padrões detectados com o auxílio da teoria de sistemas dinâmicos. Os resultados deste trabalho trouxe a conclusão que o uso de modelos pré-definidos permite a detecção dos padrões desejados pelo pesquisador e leva a um menor consumo de tempo computacional.

Nencioli *et al.* (2010) cientes do histórico do desenvolvimento de várias metodologias para detecção automatizada de vórtices, que não precedem a década de 90, disponibilizam uma nova forma de solução para essa tarefa. No estudo do escoamento dentro do Cabo da Califórnia do Sul, utilizando dados de modelagem provenientes do *Regional Ocean Modeling System* (ROMS) e dados de radar, aplicou uma técnica baseada nas características geométricas do campo de velocidades. Para isso foi considerado que um vórtice apresenta uma característica típica de possuir um mínimo de velocidade próximo ao centro e padrão crescente da velocidade tangencial em função do distanciamento deste. Para determinar o centro dos vórtices foram impostas algumas restrições, no total 4, sendo elas:

- 1) a componente v deve apresentar uma reversão de sua direção no sentido leste-oeste através do centro e também apresentar um incremento em sua magnitude conforme o afastamento dele;
- 2) no sentido norte-sul; a componente u deve seguir o mesmo de (1);
- 3) a magnitude da velocidade apresenta um mínimo local no centro do vórtice, e
- 4) ao redor do centro, as direções dos vetores devem demonstrar uma variação com um senso de rotação constante e as direções de dois vetores vizinhos devem estar no mesmo quadrante ou, ao menos, em

quadrantes adjacentes. Sendo o primeiro quadrante como sendo aquele que abrangem as direções do leste ao norte; o segundo quadrante, do norte pro oeste; o terceiro quadrante, do oeste para o sul; e o quarto quadrante, do sul para o leste.

Vórtices podem ser analisados em contextos diferentes aos dos campos vetoriais de escoamento, *e.g.* campos de TSM. Para este tipo de dados foi produzido um trabalho por Paes *et al.* (2010) onde se apresenta uma técnica semi-automática para detecção da feição oceanográfica em questão. Assim que quando determinados os centros, os limites dos vórtices são determinados pelos contornos fechados do campo da função de corrente. Para o rastreamento dos vórtices, foi necessário conectar os centros que apresentassem mesmas características dentro de uma área específica de busca num espaço de tempo sucessivo.

Posteriormente, Dong *et al.* (2011) publicaram um trabalho baseado na metodologia do trabalho de Nencioli *et al.* (2010) com a mesma finalidade deste, no entanto, utilizando dados de TSM proveniente de sensores satelitais. O trabalho foi desenvolvido baseado na análise do campo vetorial derivado dos valores de TSM, chamado por eles de campo vetorial do vento térmico. A localização do centro dos vórtices utiliza as mesmas 4 restrições descritas por Nencioli *et al.* (2010). O tamanho dos vórtices também foi definido.

O rastreamento dos vórtices detectados foi efetuado por meio da comparação dos centros em espaço de tempo sucessivos, sendo considerado que um centro no passo de tempo t está conectado ao centro do passo $t + 1$, caso este seja do mesmo tipo e esteja dentro de uma área de busca de $N \times N$ pontos ao redor do centro do passo t . Caso não seja encontrado no tempo $t + 1$, uma segunda busca para uma área maior de dimensão $\left(N + \frac{N}{2}\right) \times \left(N + \frac{N}{2}\right)$ é feita para pontos ao redor do centro do passo t . Caso não seja encontrado no tempo $t + 2$, é feita a consideração de dissipação do vórtice.

4.2.2 Métodos Baseados em Parâmetros Físicos

Já nessa categoria, estão presentes trabalhos que utilizam conceitos físicos aplicados a escoamento e para diferenciar as nuances de cada tipo de método,

são utilizadas taxonomias que se baseiam em como o vórtice é definido. No trabalho de Jiang *et al.* (2005) essas taxonomias são citadas e referenciadas ao trabalho de Roth (2000), e estão dispostas na Tabela 4.1. Nesta tabela foram considerados apenas os critérios da natureza do processo de identificação (global ou local) e a forma de definir o vórtice (linha ou região).

Em relação à taxonomia baseada na natureza global ou local do processo de identificação da feição, toma-se que um método de detecção é considerado local quando o processo de identificação requer apenas cálculos dentro de uma vizinhança local de uma célula, métodos de autovetores são um exemplo. Em contrapartida, uma identificação de caráter global utiliza várias células para serem examinadas.

E na taxonomia baseada no processo de definição do vórtice, a definição por região considera os nós adjacentes à malha pertencente ao centro do vórtice como um identificador. Enquanto que a definição por linha considera um conjunto de segmentos de linhas como a linha do centro.

Método	Região/Linha	Local/Global
Helicidade	Linha	Local
Λ_2	Região	Local
Autovetores	Linha	Local
Máxima vorticidade	Linha	Local
Linhas de corrente	Região	Global

Tabela 4.1 - Taxonomias de algoritmos de detecção de vórtice. Modificada de Jiang *et al.* (2005). Fonte: Jiang *et al.*, 2005.

Uma vez explicado as especificidades de cada taxonomia, segue a descrição simplificada de cada método citado na Tabela 4.1. O método de helicidade está baseado no cálculo de um limiar mínimo do parâmetro para se definir a posição do núcleo do vórtice (DEGANI *et al.*, 1990); o Λ_2 (λ_2) é uma metodologia que necessita o cálculo do gradiente da velocidade para assim encontrar a solução da parte simétrica da matriz desse tensor. O autovalor λ_2 dessa

solução é utilizado como parâmetro de definição para um centro de vórtice (JEONG e HUSSAIN, 1995). O método por autovetores e, consequentemente, autovalores trata-se do cálculo desses a partir do tensor do gradiente de velocidade (SUJUDI E HAIMES, 1995); na análise da máxima vorticidade são considerados centros vorticais aqueles que possuem o máximo de vorticidade em relação a uma região (STRAWN *et al.*, 1999), e por fim, o método de linha de corrente considera a medida total de rotação de uma linha de corrente por meio do cálculo do ângulo de enrolamento do mesmo (SADARJOEN *et al.*, 1998).

Vale adicionar mais um método não citado acima, que seria o de Okubo-Weiss (OKUBO, 1970; WEISS, 1991). Este se baseia num parâmetro W que assimila a componente vertical de vorticidade de um campo de velocidade 2D, a deformação por cisalhamento e por pressão. O significado de seu valor seria a importância do papel da rotação sobre a deformação.

É possível encontrar o vórtice utilizando um limiar W_0 , uma vez que os locais onde há incidência apresentam valores negativos de W .

4.2.3 Métodos de Combinação

Além dos dois tipos de abordagens supracitados, existe outra que combina o uso de parâmetros físicos em uma parte da metodologia, e a geometria em outra. O interessante desta categoria é que um dos primeiros trabalhos direcionados a detecção automatizada de vórtices pertence a ela.

O trabalho de McWilliams (1990) se fundamentou na ideia de que o processo dominante dentro de um vórtice é a rotação, e por isso foi utilizado o parâmetro físico de vorticidade relativa ξ . Assim que, para distinguir a localização do centro do vórtice foram considerados os máximos e mínimos de ξ , e para a região de seu contorno; os pontos onde $\frac{\xi}{\xi_0} < 0.2$, onde ξ_0 é o valor do centro. A

parte onde houve a abordagem geométrica está na série de restrições sobre as características geométricas, como a simetria axial das feições detectadas. Desta forma, foram considerados vórtices apenas aqueles que não se distanciaram excessivamente dos valores estabelecidos para simetria.

5 METODOLOGIA

A metodologia proposta para a detecção de feições existentes em campos de velocidades está baseada em três etapas:

1. **Obtenção do campo de velocidades.** Aqui são descritas as características dos campos de velocidades usados, os quais são provenientes do modelo numérico *HYbrid Coordinate Ocean Model* (HYCOM).
2. **Deteção das singularidades presentes no campo de velocidades.** Considerando o campo de velocidades já adquirido, são detectadas as singularidades presentes nele via IP. Foram implementadas 3 técnicas baseadas no IP, uma já encontrada na literatura e duas técnicas propostas neste trabalho.
3. **Classificação das singularidades detectadas no campo de velocidades.** Considerando uma vizinhança centrada em cada singularidade já detectada, é inferido o modelo dinâmico linear que melhor modela a vizinhança. Com os parâmetros do modelo inferido (matriz **A**) é classificada a singularidade segundo o seu tipo.

Por último, é descrito o procedimento usado para avaliar o desempenho das técnicas implementadas para a detecção, assim como a classificação das singularidades. Também estão indicadas as métricas usadas para ponderar o desempenho de cada técnica.

5.1 OBTENÇÃO DO CAMPO DE VELOCIDADES

Os campos de velocidade para a região de interesse para o ano 2012 foram obtidos de modelagem numérica do oceano pelo modelo HYCOM com campos diários de velocidade provenientes de reanálises do HYCOM/NCODA, (disponíveis em <https://hycom.org/dataserver/glb-reanalysis>). Estes campos têm uma resolução espacial de $1/12^\circ$, o suficiente para observar os fenômenos de mesoescala como os vórtices. Nas Figura 6.7, Figura 6.8 e Figura 6.9 estão dispostas as médias mensais dos campos de velocidades onde podem ser visualizadas a magnitude da velocidade e o próprio campo vetorial.

O modelo HYCOM é um modelo de circulação global que usa as equações primitivas do movimento sendo que para a horizontal é utilizado o método de diferenças finitas e para a vertical adota o sistema de coordenadas híbridas.

Essas coordenadas são a isopical (ρ) ou também chamada de *density tracking* utilizada em oceano aberto estratificado, mas se reverte suavemente para coordenada σ (*terrain following*) em regiões costeiras mais rasas, e finalmente a coordenada Z é usada na camada de mistura e/ou em mares não estratificados. A vantagem do uso de um sistema de coordenadas como este é que se é preservado o benefício do uso da coordenada isopical em caso de regiões estratificadas e ainda se mantém a boa resolução vertical em regiões de águas rasas, tornando o modelo aplicável em qualquer região do oceano (BLECK, 2002; LIMA, 2011; BARRETO, 2014).

5.2 DETECÇÃO DAS SINGULARIDADES PRESENTES NO CAMPO DE VELOCIDADES

Para detectar as singularidades via o IP, é necessário efetuar o cálculo do IP para cada ponto (x,y) do campo de velocidades de entrada, uma vez calculado o IP, a detecção das singularidades é efetuada usando a relação:

$$IP(x, y) = \begin{cases} \pm 1 & (x, y) \text{ é uma singularidade} \\ 0 & (x, y) \text{ é um ponto qualquer} \end{cases} \quad \text{Eq. 5.1}$$

Nesse sentido, para uma correta classificação das posições (x,y) como singularidades, é necessário calcular de maneira robusta o IP. Sendo o maior inconveniente que: ao ser o campo de velocidades de natureza discreta, as técnicas para o cálculo de IP devem ser feitas por aproximações numéricas da integral de linha que define o IP (ver Eq. 3.3). Portanto, estará sempre presente um erro de aproximação.

Tomando em conta o exposto, aqui foram aplicadas três técnicas para o cálculo do IP, podendo ser classificadas em função do tipo de informação usada na determinação do IP. Assim, tem-se:

- A primeira técnica, determina o IP usando os ângulos θ relacionados aos vetores $[u,v]$ do campo de velocidades. Esta técnica é comumente encontrada na literatura (MONTEIRO, 2006).
- A segunda e terceira técnica, determina o IP usando diretamente os vetores $[u,v]$ do campo de velocidades. Ambas técnicas são propostas deste trabalho.

Nos tópicos a seguir, cada técnica estará explicada com maior detalhe.

5.3 CÁLCULO DO ÍNDICE DE POINCARÉ UTILIZANDO O CAMPO DE ORIENTAÇÕES

Define-se como campo de orientação a matriz cujos elementos são os ângulos relacionados aos vetores $[u,v]$ do campo de velocidades para cada posição (x,y) . Formalmente, tem-se que

$$\theta(x, y) = \arctan\left(\frac{v(x, y)}{u(x, y)}\right). \quad \text{Eq. 5.2}$$

Usando a matriz de orientação θ , o cálculo do IP é numericamente aproximado pela expressão:

$$IP(x, y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{N_C-1} \varphi_k(x, y), \quad \text{Eq. 5.3}$$

onde

$$\varphi_k(x, y) = \begin{cases} \delta_k(x, y) & |\delta_k(x, y)| < \frac{\pi}{2} \\ \pi + \delta_k(x, y) & \delta_k(x, y) \leq -\frac{\pi}{2} \\ \pi - \delta_k(x, y) & \text{outro caso} \end{cases} \quad \text{Eq. 5.4}$$

$$\delta_k(x, y) = \theta(x + \varepsilon_x(k+1), y + \varepsilon_y(k+1)) - \theta(x + \varepsilon_x(k), y + \varepsilon_y(k)). \quad \text{Eq. 5.5}$$

Aqui, ε_x e ε_y são as coordenadas x e y da curva fechada (contorno de um quadrado centrado em (x,y) cujo perímetro tem N_C elementos); o índice k , indica a ordem em que é percorrida a curva fechada.

A Eq. 5.4 assegura que $\varphi_k(x,y)$ tome valores entre $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, devido a necessidade de limitar a somatória ao valor máximo de 360° , ou múltiplo dele. A Eq. 5.5 é a diferença das orientações em duas posições consecutivas sobre a curva fechada onde é calculado o IP.

O principal inconveniente desta técnica deve-se a natureza periódica dos ângulos, implicando que as operações de soma e subtração entre ângulos apresentem certas ambiguidades. Por exemplo, sejam dois ângulos $\theta_A = 0^\circ$ e $\theta_B = 90^\circ$ a diferença aritmética entre eles pode tomar dois valores 90° ou -270° .

5.4 CALCULO DO ÍNDICE DE POINCARÉ UTILIZANDO CAMPO DE VELOCIDADES

Tomando em conta os problemas relacionados ao cálculo do IP em função do campo de orientação, aqui são propostas duas técnicas que usam diretamente o campo vetorial para a determinação do IP.

Para poder alcançar esse objetivo, foi necessário reformular a definição do IP (ver Eq. 3.3), tal que, o IP não dependa dos ângulos de orientação θ , se não das componentes u e v dos vetores do campo de velocidades. Sendo assim, aqui foram encontradas duas maneiras de reformular a definição do IP. A primeira operando a partir da definição inicial do IP (ver Eq. 3.3) e a segunda, obtida usando o Teorema de Green.

A seguir, é explicado o primeiro procedimento para a reformulação da definição do IP. Da Eq. 3.2 é sabido que

$$\tan(\theta) = \frac{v}{u} \quad \text{Eq. 5.6}$$

A derivada da expressão anterior em relação à orientação θ é

$$\begin{aligned}\frac{d \tan(\theta)}{d\theta} &= \sec^2(\theta) \\ &= 1 + \tan^2(\theta).\end{aligned}\tag{Eq. 5.7}$$

Então, o diferencial $d\theta$ será igual à

$$d\theta = \left(\frac{1}{1 + \tan^2(\theta)} \right) d \tan(\theta)\tag{Eq. 5.8}$$

Substituindo a Eq. 5.7 na Eq. 5.8, é obtida a representação do diferencial $d\theta$ em função das componentes u e v

$$\begin{aligned}d\theta &= \left(\frac{1}{1 + \tan^2(\theta)} \right) d \tan(\theta) \\ &= \left(\frac{1}{1 + (v/u)^2} \right) d \left(\frac{v}{u} \right).\end{aligned}\tag{Eq. 5.9}$$

Tomando em conta que o quociente v/u não contém informação sobre o módulo do vetor $[u, v]$, a Eq. 5.9 é rescrita em função das componentes normalizadas dos vetores do campo de velocidades u_N e v_N definidas pelas relações

$$\begin{aligned}u_N &= \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \\ v_N &= \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}.\end{aligned}\tag{Eq. 5.10}$$

Sendo assim, a Eq. 5.9 toma a forma

$$\begin{aligned}
d\theta &= \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{v / \sqrt{u^2 + v^2}}{u / \sqrt{u^2 + v^2}} \right)^2} \right) d \left(\frac{v / \sqrt{u^2 + v^2}}{u / \sqrt{u^2 + v^2}} \right) \\
&= \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{v_N}{u_N} \right)^2} \right) d \left(\frac{v_N}{u_N} \right) \\
&= \frac{u_N^2}{u_N^2 + v_N^2} \left(\frac{u_N dv_N - v_N du_N}{u_N^2} \right) \\
&= \frac{u_N dv_N - v_N du_N}{u_N^2 + v_N^2} \\
&= u_N dv_N - v_N du_N.
\end{aligned}$$

Eq. 5.11

Finalmente, substituindo a Eq. 5.11 na definição inicial do IP (Eq. 3.3), é determinada a formulação do IP em função dos vetores $[u, v]$ do campo de velocidades

$$\begin{aligned}
IP &= \frac{1}{2\pi} \oint_C d\theta \\
&= \frac{1}{2\pi} \oint_C u_N dv_N - v_N du_N.
\end{aligned}$$

Eq. 5.12

É importante ressaltar que o cálculo do IP via Eq. 5.12 é válido unicamente se o campo é normalizado, o que é coerente com a definição do IP na qual é usada unicamente a orientação e não o modulo dos vetores $[u, v]$ do campo de velocidades.

Uma segunda reformulação da definição do IP pode ser determinada a partir da Eq. 5.12 usando o Teorema de Green, que relaciona uma integral de linha em torno de uma curva fechada com uma integral de superfície calculada sobre a área delimitada por essa curva. O uso de uma integral em área é vantajoso em caso de aplicação do Índice em grandes matrizes, pois torna o processamento mais robusto.

Quanto ao Teorema de Green, este é definido pela relação

$$\oint_C P(x, y)dx + Q(x, y)dy = \iint_S \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy. \quad \text{Eq. 5.13}$$

Na Eq. 5.13 se observa que, os elementos diferenciais da integral de linha são dependentes da posição (x, y) , ao contrário da definição do IP dada pela Eq. 5.12, onde a integral de linha depende dos componentes vetoriais normalizados u_N e v_N . Então, o primeiro passo é rescrever a Eq. 5.12 em função dos diferenciais de posição dx e dy .

Dado que $u_N = u_N(x, y)$ e $v_N = v_N(x, y)$, os diferenciais de du_N e dv_N serão

$$\begin{aligned} du_N &= \frac{\partial u_N}{\partial x} dx + \frac{\partial u_N}{\partial y} dy; \\ dv_N &= \frac{\partial v_N}{\partial x} dx + \frac{\partial v_N}{\partial y} dy, \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.14}$$

Substituindo a Eq. 5.14 na Eq. 5.12 e manipulando, é obtida a expressão

$$\begin{aligned} IP &= \frac{1}{2\pi} \oint_C d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \oint_C u_N dv_N - v_N du_N \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(\oint_C u_N \left(\frac{\partial v_N}{\partial x} dx + \frac{\partial v_N}{\partial y} dy \right) - \oint_C v_N \left(\frac{\partial u_N}{\partial x} dx + \frac{\partial u_N}{\partial y} dy \right) \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(\oint_C \left(u_N \frac{\partial v_N}{\partial x} - v_N \frac{\partial v_N}{\partial x} \right) dx + \oint_C \left(u_N \frac{\partial v_N}{\partial y} - v_N \frac{\partial u_N}{\partial y} \right) dy \right). \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.15}$$

Assim, comparando a Eq. 5.15 com a Eq. 5.13, é observado que

$$\begin{aligned} P(x, y) &= u_N \frac{\partial v_N}{\partial x} - v_N \frac{\partial v_N}{\partial x}; \\ Q(x, y) &= u_N \frac{\partial v_N}{\partial y} - v_N \frac{\partial u_N}{\partial y}, \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.16}$$

Portanto,

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(x, y)}{\partial y} &= \frac{\partial u_N}{\partial y} \frac{\partial v_N}{\partial x} + u_N \frac{\partial v_N^2}{\partial xy} - \frac{\partial v_N}{\partial y} \frac{\partial u_N}{\partial x} - v_N \frac{\partial u_N^2}{\partial xy}; \\ \frac{\partial Q(x, y)}{\partial x} &= \frac{\partial u_N}{\partial x} \frac{\partial v_N}{\partial y} + u_N \frac{\partial v_N^2}{\partial yx} - \frac{\partial v_N}{\partial x} \frac{\partial u_N}{\partial y} - v_N \frac{\partial u_N^2}{\partial yx}.\end{aligned}\tag{Eq. 5.17}$$

Substituindo a Eq. 5.17 no termo do lado direito da Eq. 5.13, tem-se

$$\begin{aligned}\iint_S \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy &= \iint_S \left(\frac{\partial u_N}{\partial x} \frac{\partial v_N}{\partial y} + u_N \frac{\partial v_N^2}{\partial yx} - \frac{\partial v_N}{\partial x} \frac{\partial u_N}{\partial y} - v_N \frac{\partial u_N^2}{\partial yx} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial u_N}{\partial y} \frac{\partial v_N}{\partial x} + u_N \frac{\partial v_N^2}{\partial xy} - \frac{\partial v_N}{\partial y} \frac{\partial u_N}{\partial x} - v_N \frac{\partial u_N^2}{\partial xy} \right) dx dy \\ &= 2 \iint_S \left(\frac{\partial u_N}{\partial x} \frac{\partial v_N}{\partial y} - \frac{\partial v_N}{\partial x} \frac{\partial u_N}{\partial y} \right) dx dy\end{aligned}\tag{Eq. 5.18}$$

Desta forma, demonstra-se que o IP calculado através de uma integral de superfície é

$$\begin{aligned}IP &= \frac{1}{2\pi} \oint_C d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \oint_C u_N dv_N - v_N du_N \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(\oint_C \left(u_N \frac{\partial v_N}{\partial x} - v_N \frac{\partial u_N}{\partial x} \right) dx + \oint_C \left(u_N \frac{\partial v_N}{\partial y} - v_N \frac{\partial u_N}{\partial y} \right) dy \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(2 \iint_A \left(\frac{\partial u_N}{\partial x} \frac{\partial v_N}{\partial y} - \frac{\partial v_N}{\partial x} \frac{\partial u_N}{\partial y} \right) dx dy \right) \\ &= \frac{1}{\pi} \iint_S \left(\frac{\partial u_N}{\partial x} \frac{\partial v_N}{\partial y} - \frac{\partial v_N}{\partial x} \frac{\partial u_N}{\partial y} \right) dx dy,\end{aligned}\tag{Eq. 5.19}$$

Cabe indicar que o argumento da integral de superfície da Eq. 5.19 é definido na literatura como o Jacobiano de transformação, que pondera a mudança de variáveis de (u_N, v_N) para (x, y) no cálculo da integral dupla,

$$J(x, y) = \frac{\partial u_N}{\partial x} \frac{\partial v_N}{\partial y} - \frac{\partial v_N}{\partial x} \frac{\partial u_N}{\partial y}.\tag{Eq. 5.20}$$

Em conclusão, foram deduzidas duas formulações distintas para o IP dependentes das componentes normalizadas u_N e v_N , mas considerando que os

campos de velocidades analisados são discretos, foi necessário a determinação das representações discretas para as Eq. 5.12 e Eq. 5.19. Tal tarefa foi efetuada usando procedimentos básicos de cálculo numérico. Especificamente foram propostas duas técnicas:

- A primeira técnica está baseada na determinação do IP através da aproximação numérica da Eq. 5.12.
- A segunda técnica está baseada na determinação do IP através da aproximação numérica da Eq. 5.19.

A seguir, são explicadas cada uma destas abordagens.

5.4.1 Cálculo do Índice de Poincaré Baseado na Aproximação Numérica da Integral de Linha

O cálculo do IP para cada posição (x,y) usando a Eq. 5.12 resume-se em determinar o valor de uma integral de linha calculada sobre um contorno fechado C . Para o caso discreto, o contorno fechado é a sequência de vetores $[u,v]$ pertencentes ao contorno C representado como um quadrado centrado em cada posição (x,y) . Sendo assim, o contorno discreto C , pode ser definido como:

$$C = \left\{ \begin{bmatrix} u_N(0) \\ v_N(0) \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} u_N(k-1) \\ v_N(k-1) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u_N(k) \\ v_N(k) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u_N(k+1) \\ v_N(k+1) \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} u_N(N_C-1) \\ v_N(N_C-1) \end{bmatrix} \right\}, \quad \text{Eq. 5.21}$$

onde, o índice k indica a ordem em que é percorrida a curva fechada C . Então, o valor da integral pode ser determinado ao solucionar a integral definida

$$\begin{aligned} IP &= \frac{1}{2\pi} \oint_C d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \oint_C u_N dv_N - v_N du_N \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{N_C-1} \left(u_N \frac{dv_N}{dk} - v_N \frac{du_N}{dk} \right) dk \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.22}$$

Portanto, o primeiro passo para solucionar a Eq. 5.22 é determinar uma forma paramétrica para a expressão $u_N \frac{dv_N}{dk} - v_N \frac{du_N}{dk}$. Considerando esse o objetivo, e

tomando em conta que $u_N \frac{dv_N}{dk} - v_N \frac{du_N}{dk}$ contém as derivadas parciais de u_N e v_N ; sua parametrização será feita em relação à parametrização de u_N e v_N .
Sejam as parametrizações de u_N e v_N as formas polinomiais

$$\begin{aligned} u_N(k) &= P_U(k) + R_U(k) \\ v_N(k) &= P_V(k) + R_V(k), \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.23}$$

Onde

- $P_U(k)$ e $P_V(k)$ são os polinômios de interpolação e
- $R_U(k)$ e $R_V(k)$ são os erros de interpolação.

Especificamente, os polinômios de interpolação são os polinômios de Lagrange de grau 1.

$$\begin{aligned} P_U(k) &= \frac{(k - k_0)}{h} u_N(k_1) - \frac{(k - k_1)}{h} u_N(k_0); \\ Q_V(k) &= \frac{(k - k_0)}{h} v_N(k_1) - \frac{(k - k_1)}{h} v_N(k_0), \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.24}$$

e seus correspondentes erros de interpolação são definidos pelas expressões

$$\begin{aligned} R_U(k) &= \frac{h^3}{12} u_N^{(2)}(c)(k - k_0)(k - k_1) \\ R_V(k) &= \frac{h^3}{12} v_N^{(2)}(c)(k - k_0)(k - k_1). \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.25}$$

Onde $h = k_1 - k_0$ o valor do espaçamento espacial e $(u_N^{(2)}(c), v_N^{(2)}(c))$; o valor das derivadas segundas das componentes u_N e v_N avaliadas num ponto qualquer c .

Então, a forma paramétrica de u_N e v_N é determinada substituindo as Eq. 5.24 e Eq. 5.25 na Eq. 5.23, ou seja:

$$\begin{aligned}
u_N(k) &= P_U(k) + R_U(k) \\
&= \frac{(k-k_0)}{h} u_N(k_1) - \frac{(k-k_1)}{h} u_N(k_0) + \frac{h^3}{12} u_N^{(2)}(c)(k-k_0)(k-k_1); \\
v_N(k) &= P_V(k) + R_V(k) \\
&= \frac{(k-k_0)}{h} v_N(k_1) - \frac{(k-k_1)}{h} v_N(k_0) + \frac{h^3}{12} v_N^{(2)}(c)(k-k_0)(k-k_1).
\end{aligned}$$

Eq. 5.26

A partir da Eq. 5.14 são determinadas as derivadas parciais para u_N e v_N

$$\begin{aligned}
\frac{du_N(k)}{dk} &= \frac{dP_U(k)}{dk} + \frac{dR_U(k)}{dk} \\
&= \frac{1}{h} (u_N(k_1) - u_N(k_0)) + \frac{h^3}{6} u_N^{(3)}(c); \\
\frac{dv_N(k)}{dk} &= \frac{dP_V(k)}{dk} + \frac{dR_V(k)}{dk} \\
&= \frac{1}{h} (v_N(k_1) - v_N(k_0)) + \frac{h^3}{6} v_N^{(3)}(c).
\end{aligned}$$

Eq. 5.27

Portanto, substituindo a Eq. 5.20 e a Eq. 5.27 na expressão $u_N \frac{dv_N}{dk} - v_N \frac{du_N}{dk}$ obtemos sua correspondente forma paramétrica.

$$\begin{aligned}
u_N \frac{dv_N}{dk} - v_N \frac{du_N}{dk} &= u_N(k) \frac{dv_N(k)}{dk} - v_N(k) \frac{du_N(k)}{dk} \\
&= (u_N(k_0)v_N(k_1) - u_N(k_1)v_N(k_0)) \\
&\quad + \left(\frac{h^2}{12} ((u_N(k_1) - u_N(k_0))v_N^{(2)}(c) - (v_N(k_1) - v_N(k_0))u_N^{(2)}(c)) \right. \\
&\quad + \frac{h^2}{12} ((u_N(k_1) + u_N(k_0))v_N^{(3)}(c) - (v_N(k_1) + v_N(k_0))u_N^{(3)}(c)) \\
&\quad \left. + \frac{h^2}{72} (u_N^{(3)}(c)v_N^{(3)}(c) - u_N^{(2)}(c)v_N^{(2)}(c)) \right).
\end{aligned}$$

Eq. 5.28

Definindo como

$$\begin{aligned}
P_{UV}(k_0, k_1) &= u_N(k_0)v_N(k_1) - u_N(k_1)v_N(k_0) \\
R_{UV}(k_0, k_1) &= \frac{h^2}{12}((u_N(k_1) - u_N(k_0))v_N^{(2)}(c) - (v_N(k_1) - v_N(k_0))u_N^{(2)}(c)) \\
&\quad + \frac{h^2}{12}((u_N(k_1) + u_N(k_0))v_N^{(3)}(c) - (v_N(k_1) + v_N(k_0))u_N^{(3)}(c)) \\
&\quad + \frac{h^2}{72}(u_N^{(3)}(c)v_N^{(3)}(c) - u_N^{(2)}(c)v_N^{(2)}(c)),
\end{aligned} \tag{Eq. 5.29}$$

a Eq. 5.28 pode ser expressada como

$$u_N \frac{dv_N}{dk} - v_N \frac{du_N}{dk} = P_{UV}(k_0, k_1) + R_{UV}(k_0, k_1), \tag{Eq. 5.30}$$

onde

- $P_{UV}(k_0, k_1)$ é o polinômio de interpolação da expressão $u_N \frac{dv_N}{dk} - v_N \frac{du_N}{dk}$ nos pontos k_0 e k_1 .
- $R_{UV}(k_0, k_1)$ é o erro de interpolação nos pontos k_0 e k_1 .

Finalmente, substituindo a Eq. 5.30 na Eq. 5.12, determinamos a representação discreta do IP via a integral de linha

$$\begin{aligned}
IP &= \frac{1}{2\pi} \oint_C d\theta \\
&= \frac{1}{2\pi} \oint_C u_N dv_N - v_N du_N \\
&= \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{N_C-1} P_{UV}(k_0, k_1) dk + \int_0^{N_C-1} R_{UV}(k_0, k_1) dk \right) \\
&= \frac{1}{2\pi} \left(\sum_{k=0}^{N_C-1} P_{UV}(k, k+1) + \sum_{k=0}^{N_C-1} R_{UV}(k, k+1) \right).
\end{aligned} \tag{Eq. 5.31}$$

Se desconsiderados os termos relacionados ao erro, o IP pôde ser computado por

$$\begin{aligned}
 IP &\approx \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{N_C-1} P_{UV}(k, k+1) \\
 &\approx \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{N_C-1} (u_N(k)v_N(k+1) - u_N(k+1)v_N(k)).
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 5.32}$$

No cálculo do IP o erro associado a interpolação dado pela Eq. 5.28 somente influencia em valores abaixo da segunda casa decimal, de sorte que foi desconsiderado.

5.4.2 Cálculo do Índice de Baseado na Aproximação Numérica na Integral de Superfície

O cálculo do IP para cada posição (x,y) usando a Eq. 5.19 resume-se em determinar o valor da integral de superfície do Jacobiano de transformação J calculada sobre a área interna ao contorno fechado C . Para o caso discreto, a área interna é representada como uma matriz S de vetores $[u,v]$. Sendo assim, ela pode ser definida para cada posição (x,y) como

$$S = \begin{bmatrix} \vdots & \ddots & \begin{bmatrix} u_N(i-1, j) \\ v_N(i-1, j) \end{bmatrix} & \ddots & \vdots \\ \dots & \begin{bmatrix} u_N(i, j-1) \\ v_N(i, j-1) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} u_N(i, j) \\ v_N(i, j) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} u_N(i, j+1) \\ v_N(i, j+1) \end{bmatrix} & \dots \\ \vdots & \ddots & \begin{bmatrix} u_N(i+1, j) \\ v_N(i+1, j) \end{bmatrix} & \ddots & \vdots \\ & & \vdots & & \end{bmatrix}, \tag{Eq. 5.33}$$

onde o índices (i,j) , indicam a posição dos elementos da matriz S .

O primeiro passo para solucionar numericamente a Eq. 5.19, é determinar uma representação discreta do Jacobiano de transformação $J(x,y)$. Sendo esse o objetivo, e tomando em conta que $J(x,y)$, está definido em função das derivadas parciais de u_N e v_N , sua representação discreta pode ser feita utilizando as aproximações para as derivadas parciais baseadas no método de diferenças centralizadas. Assim, o valor das derivadas parciais de u_N e v_N , na posição (i,j) da matriz S é definido pelas expressões:

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial u_N}{\partial x} \right|_{(i,j)} &= \frac{u_N(i, j+1) - u_N(i, j-1)}{2h} + \varepsilon; \\
\left. \frac{\partial u_N}{\partial y} \right|_{(i,j)} &= \frac{u_N(i+1, j) - u_N(i-1, j)}{2h} + \varepsilon; \\
\left. \frac{\partial v_N}{\partial x} \right|_{(i,j)} &= \frac{v_N(i, j+1) - v_N(i, j-1)}{2h} + \varepsilon; \\
\left. \frac{\partial v_N}{\partial y} \right|_{(i,j)} &= \frac{v_N(i+1, j) - v_N(i-1, j)}{2h} + \varepsilon,
\end{aligned}$$

Eq. 5.34

onde ε o erro de truncamento. Por tanto, o valor do Jacobiano na posição (i,j) é

$$\begin{aligned}
J(i, j) &= \left(\left. \frac{\partial u_N}{\partial x} \right|_{(i,j)} \right) \left(\left. \frac{\partial v_N}{\partial y} \right|_{(i,j)} \right) - \left(\left. \frac{\partial v_N}{\partial x} \right|_{(i,j)} \right) \left(\left. \frac{\partial u_N}{\partial y} \right|_{(i,j)} \right) \\
&= \frac{1}{2h^2} (u_N(i, j+1) - u_N(i, j-1))(v_N(i+1, j) - v_N(i-1, j)) \\
&\quad - \frac{1}{2h^2} (u_N(i+1, j) - u_N(i-1, j))(v_N(i, j+1) - v_N(i, j-1)) \\
&\quad + \frac{\varepsilon}{h} ((u_N(i, j+1) - u_N(i, j-1)) - (u_N(i+1, j) - u_N(i-1, j))) \\
&\quad + \frac{\varepsilon}{h} ((v_N(i+1, j) - v_N(i-1, j)) - (v_N(i, j+1) - v_N(i, j-1))),
\end{aligned}$$

Eq. 5.35

sendo que

$$\begin{aligned}
P_J(i, j) &= \frac{1}{2h^2} (u_N(i, j+1) - u_N(i, j-1))(v_N(i+1, j) - v_N(i-1, j)) \\
&\quad - \frac{1}{2h^2} (u_N(i+1, j) - u_N(i-1, j))(v_N(i, j+1) - v_N(i, j-1)); \\
R_J(i, j) &= \frac{\varepsilon}{h} ((u_N(i, j+1) - u_N(i, j-1)) - (u_N(i+1, j) - u_N(i-1, j))) \\
&\quad + \frac{\varepsilon}{h} ((v_N(i+1, j) - v_N(i-1, j)) - (v_N(i, j+1) - v_N(i, j-1))),
\end{aligned}$$

Eq. 5.36

onde

- $P_J(i,j)$ representa o polinômio de interpolação do Jacobiano de transformação na posição (i,j) da matriz \mathbf{S} .
- $R_J(i,j)$ representa o erro de interpolação na posição (i,j) da matriz \mathbf{S} .

Substituindo a Eq. 5.36 na Eq. 5.35, o Jacobiano de transformação pode ser expressado como

$$J(i, j) = P_J(i, j) + R_J(i, j). \quad \text{Eq. 5.37}$$

Substituindo a Eq. 5.37 na Eq. 5.19, a representação discreta do IP é determinada via a integral dupla

$$\begin{aligned} IP &= \frac{1}{2\pi} \oint_C d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \iint_A \left(\frac{\partial u_N}{\partial x} \frac{\partial v_N}{\partial y} - \frac{\partial v_N}{\partial x} \frac{\partial u_N}{\partial y} \right) dx dy \\ &\approx \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N_C-2} \sum_{j=1}^{N_C-2} J(i, j) \\ &\approx \frac{1}{\pi} \left(\sum_{i=1}^{N_C-2} \sum_{j=1}^{N_C-2} P_J(i, j) + \sum_{i=1}^{N_C-2} \sum_{j=1}^{N_C-2} R_J(i, j) \right). \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.38}$$

Ao ser desconsiderado o termo relacionado ao erro, o IP pôde ser computado por

$$\begin{aligned} IP &\approx \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N_C-2} \sum_{j=1}^{N_C-2} P_J(i, j) \\ &\approx \frac{1}{2\pi h^2} \sum_{i=1}^{N_C-2} \sum_{j=1}^{N_C-2} \left((u_N(i, j+1) - u_N(i, j-1))(v_N(i+1, j) - v_N(i-1, j)) \right. \\ &\quad \left. - (u_N(i+1, j) - u_N(i-1, j))(v_N(i, j+1) + v_N(i, j-1)) \right). \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.39}$$

Para essa técnica, os erros também foram desconsiderados por terem influência menor que 0.54% em relação ao total do IP.

5.5 CLASSIFICAÇÃO DAS SINGULARIDADES DETECTADAS NO CAMPO DE VELOCIDADES

Após o cálculo do IP e a obtenção das posições potenciais (x, y) com presença de singularidades, é iniciada a etapa da classificação das singularidades detectadas, onde se fez necessário o uso de uma vizinhança do campo de velocidades centrada em cada posição da singularidade já detectada.

A inferência do modelo dinâmico linear bidimensional que melhor representa a vizinhança foi alcançada por meio de uma técnica de otimização baseada na minimização de uma função de custo, possibilitando a classificação da singularidade ao se levar em conta o tipo de retrato de fase relacionado ao modelo inferido. O procedimento seguido foi baseado no trabalho de Ayres e Rangayyan (2006).

Se:

- \mathbf{V} é a matriz de vetores $[u,v]$ de tamanho $M \times M \times 2$ que representa a vizinhança centrada na posição (x,y) do campo de velocidades, tal que, todos os elementos da matriz \mathbf{V} são indexados via a variável $i = \{0,1,2,\dots,M^2\}$.
- ϕ_i é o ângulo do modelo dinâmico linear bidimensional relacionado ao elemento i -ésimo da matriz \mathbf{V} , tal que

$$\phi_i = \arctan\left(\frac{\dot{y}_i}{\dot{x}_i}\right) = \arctan\left(\frac{cx_i + dy_i + f}{ax_i + by_i + e}\right) \quad \text{Eq. 5.40}$$

- θ_i é a orientação do vetor i -ésimo da matriz \mathbf{V} . Sendo assim, seu valor é definido pela Eq. 3.2.

Então, é de interesse selecionar os coeficientes a,b,c,d,e e f do modelo dinâmico linear bidimensional (ver Eq. 3.4), de modo que o valor de ϕ_i seja o mais fiel ao valor de θ_i .

Se o erro relacionado à técnica de otimização é definido como

$$e_i = \sin(\theta_i - \phi_i), \quad \text{Eq. 5.41}$$

então, é necessário minimizar cada erro e_i “em algum sentido”. Esse sentido é o Erro Quadrático Médio (**MSE - Mean Squared Error**)

$$MSE = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^{M^2} e_i^2. \quad \text{Eq. 5.42}$$

Cabe observar que o MSE pode ser representado como um produto vetorial através da expressão

$$MSE = \frac{1}{M^2} \mathbf{e}^T \mathbf{e}, \quad \text{Eq. 5.43}$$

onde

$$\mathbf{e} = [e_1 \quad e_2 \quad \cdots \quad e_{M^2}]^T. \quad \text{Eq. 5.44}$$

Antes de determinar os valores dos coeficientes a, b, c, d, e e f que minimizam o MSE, é necessário deduzir uma expressão para e em função dos coeficientes do modelo e o valor de θ . Isto será demonstrado a seguir.

Tomando em conta que

$$\sin(\phi_i) = \left(\frac{\dot{y}_i}{\sqrt{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2}} \right) = \frac{cx_i + dy_i + f}{\sqrt{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2}} = \frac{cx_i + dy_i + f}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}}. \quad \text{Eq. 5.45}$$

$$\cos(\phi_i) = \left(\frac{\dot{x}_i}{\sqrt{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2}} \right) = \frac{ax_i + by_i + e}{\sqrt{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2}} = \frac{ax_i + by_i + e}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}}, \quad \text{Eq. 5.46}$$

e substituindo a Eq. 5.45 e Eq. 5.46 em Eq. 5.41 o erro e_i toma a forma

$$\begin{aligned} e_i = & \left(\frac{x_i \sin(\theta_i)}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}} \right) a + \left(\frac{y_i \sin(\theta_i)}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}} \right) b + \left(\frac{\sin(\theta_i)}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}} \right) e \\ & - \left(\frac{x_i \cos(\theta_i)}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}} \right) c - \left(\frac{y_i \cos(\theta_i)}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}} \right) d - \left(\frac{\cos(\theta_i)}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}} \right) f. \end{aligned} \quad \text{Eq. 5.47}$$

Agrupando convenientemente, a Eq. 5.47 pode ser representada em forma vetorial como

$$e_i = \frac{1}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2}} (\mathbf{m}_i^T \mathbf{w} + \mathbf{n}_i^T \mathbf{b}), \quad \text{Eq. 5.48}$$

onde

$$\begin{aligned}
\mathbf{w} &= [a, b, c, d]^T; \\
\mathbf{b} &= [e, f]^T; \\
\mathbf{m}_i &= [x_i \sin(\theta_i) \quad y_i \sin(\theta_i) \quad -x_i \cos(\theta_i) \quad -y_i \cos(\theta_i)]^T; \\
\mathbf{n}_i &= [\sin(\theta_i) \quad -\cos(\theta_i)]^T.
\end{aligned}
\tag{Eq. 5.49}$$

Supondo que, o campo de velocidades é normalizado ($\sqrt{u_i^2 + v_i^2} = 1$), a Eq. 5.48 pode ser simplificada como:

$$e_i = \mathbf{m}_i^T \mathbf{w} + \mathbf{n}_i^T \mathbf{b} \tag{Eq. 5.50}$$

Finalmente, substituindo a Eq. 5.50 na Eq. 5.44, é determinada a representação para \mathbf{e} em função dos coeficientes do modelo e os valores de θ .

$$\mathbf{e} = \mathbf{M}\mathbf{w} + \mathbf{N}\mathbf{b}, \tag{Eq. 5.51}$$

onde

$$\begin{aligned}
\mathbf{M} &= \begin{bmatrix} x_1 \sin(\theta_1) & y_1 \sin(\theta_1) & -x_1 \cos(\theta_1) & -y_1 \cos(\theta_1) \\ x_2 \sin(\theta_2) & y_2 \sin(\theta_2) & -x_2 \cos(\theta_2) & -y_2 \cos(\theta_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N \sin(\theta_N) & y_N \sin(\theta_N) & -x_N \cos(\theta_N) & -y_N \cos(\theta_N) \end{bmatrix}; \\
\mathbf{N} &= \begin{bmatrix} \sin(\theta_1) & -\cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) \\ \vdots & \vdots \\ \sin(\theta_N) & -\cos(\theta_N) \end{bmatrix},
\end{aligned}
\tag{Eq. 5.52}$$

então o problema da minimização do MSE pode ser formulado como

$$\begin{aligned}
\text{minimizar: } MSE &= \frac{1}{M^2} \mathbf{e}^T \mathbf{e} \\
\text{sujeito a: } \mathbf{w}^T \mathbf{w} &= 1.
\end{aligned}
\tag{Eq. 5.53}$$

Portanto, a função de custo P que permite minimizar o MSE é definida ao utilizar a técnica dos multiplicadores de Lagrange, considerando a restrição do problema de minimização

$$P = \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \lambda (\mathbf{w}^T \mathbf{w} - 1) \\ = (\mathbf{M}\mathbf{w} + \mathbf{N}\mathbf{b})^T (\mathbf{M}\mathbf{w} + \mathbf{N}\mathbf{b}) + \lambda (\mathbf{w}^T \mathbf{w} - 1), \quad \text{Eq. 5.54}$$

onde λ é o multiplicador de Lagrange. Os valores para \mathbf{w} e \mathbf{b} que minimizam a função de custo, são determinados ao encontrar os pontos críticos de P . Tais pontos anulam as derivadas parciais de P em relação a \mathbf{w} , \mathbf{b} e λ , ou seja

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{w}} = 2\mathbf{M}^T \mathbf{M}\mathbf{w} + 2\mathbf{M}^T \mathbf{N}\mathbf{b} + 2\lambda \mathbf{w} = 0; \\ \frac{\partial P}{\partial \mathbf{b}} = 2\mathbf{N}^T \mathbf{N}\mathbf{b} + 2\mathbf{N}^T \mathbf{M}\mathbf{w} = 0; \quad \text{Eq. 5.55} \\ \frac{\partial P}{\partial \lambda} = \mathbf{w}^T \mathbf{w} - 1 = 0.$$

A solução para o conjunto de equações acima é

$$\mathbf{b} = -(\mathbf{N}^T \mathbf{N})^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{M}\mathbf{w}; \quad \text{Eq. 5.56}$$

$$\mathbf{G}\mathbf{w} = \lambda \mathbf{w}, \quad \text{Eq. 5.57}$$

onde

$$\mathbf{G} = \mathbf{M}^T \mathbf{N}(\mathbf{N}^T \mathbf{N})^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{M} - \mathbf{M}^T \mathbf{M}. \quad \text{Eq. 5.58}$$

Da Eq. 5.57, se conclui que os valores de λ e \mathbf{w} são as soluções ao problema dos autovalores da matriz \mathbf{G} . Então, sabendo que λ é o autovalor e \mathbf{w} o autovetor de \mathbf{G} , o problema de otimização fica resolvido e torna-se possível construir a matriz \mathbf{A} com os coeficientes provenientes de \mathbf{w} . Uma vez que é determinada a matriz \mathbf{A} do sistema dinâmico linear bidimensional, os tipos de retratos de fase podem ser classificados usando o plano traço-determinante, ver Figura 3.4, para determinar o tipo de singularidade detectada.

5.6 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DAS TÉCNICAS

A fim de selecionar a melhor técnica, foi necessário avaliar desempenho das técnicas através da criação de um banco de dados conformado por campos de velocidades do modelo HYCOM, onde as singularidades presentes foram rotuladas manualmente (foram armazenadas as informações de posição e tipo de cada singularidade presente no conjunto de campos de velocidades).

A avaliação se fundamentou na comparação entre as informações provenientes do banco de dados e as obtidas pela aplicação da técnica. Ou seja, a comparação se configurou pela análise da existência de singularidades no arquivo de rotulação manual e as detectadas pela técnica. Como produto da comparação, há a possibilidade de três casos:

- Verdadeiro Positivo (*VP*), é o número de singularidades detectadas pela técnica e que estão presentes no banco de campos de velocidades rotulado;
- Falso Positivo (*FP*), é o número de singularidades detectadas pela técnica, mas não estão presentes no banco de campos de velocidades rotulado;
- Falso negativo (*FN*), é o número de singularidades presentes no banco de campos de velocidades rotulado que não foram detectadas pela técnica.

Assim, para cada comparação são computados os valores de *VP*, *FP* e *FN*, permitindo o cálculo de duas métricas de interesse, sensibilidade e precisão.

A sensibilidade, também referida como taxa de acerto ou taxa de verdadeiro positivo, é a proporção de casos *VP* que são corretamente identificados dentro do conjunto total de casos reais, sendo calculada como

$$REC = \frac{VP}{(VP + FN)}. \quad \text{Eq. 5.59}$$

Já a precisão, ou valor preditivo positivo, é a métrica que indica a proporção de casos positivos que são realmente *VP*, e é definida por

$$PRE = \frac{VP}{(VP + FP)}. \quad \text{Eq. 5.60}$$

Portanto, a decisão de qual técnica a ser utilizada foi tomada segundo os valores obtidos pelas métricas de desempenho; sensibilidade e precisão.

Cabe indicar que, o cômputo de cada caso, *VP*, *FP* e *FN*, é feito através da definição de um limiar superior para a distância entre as posições das singularidades correspondentes. Assim, para cada singularidade detectada pela técnica em análise é estabelecida uma vizinhança circular de raio fixo (nos experimentos o valor do raio foi de 5). Se uma singularidade rotulada manualmente cai dentro da vizinhança, um caso de *VP* é contabilizado (uma singularidade foi detectada corretamente), caso contrário é contabilizado um caso de *FP* (uma singularidade foi falsamente detectada). Finalmente, todas aquelas singularidades de rotulação manual que não foram “casadas” são contabilizadas como casos de *FN* (singularidades não detectadas pela técnica).

5.6.1 Rotulação supervisionada das singularidades

O banco de campos de velocidades rotulado foi feito com um conjunto de arquivos diários de modelagem do HYCOM, totalizando 365 arquivos de modelagem do HYCOM. A rotulação de cada singularidade foi feita via identificação visual, tal que 13618 singularidades foram detectadas manualmente armazenando-se tanto a posição das singularidades como seu tipo (espiral, centro, nó, sela, sumidouro, fonte, nó-sumidouro, nó- fonte, sem tipo).

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1 AVALIAÇÃO DAS TÉCNICAS

Para a fase de avaliação do desempenho das técnicas, teve-se 13618 singularidades identificadas manualmente, onde as frequências de cada tipo estão discriminadas na Tabela 6.1.

TIPO	FREQUÊNCIA
CÊNTRICA	531
ESPIRAL	3137
SELA	327
NÓ	311
FONTE	3
SUMIDOURO	1
NÓ-FONTE	3
NÓ-SUMIDOURO	5
SEM TIPO	9300
TOTAL	13618

Tabela 6.1 - Singularidades detectadas por um supervisor.

Em posse desse banco de dados para servir como referência para a comparação, após os cálculos das métricas, viu-se que:

A técnica 1 apresentou um total de 13101 casos de *VP*, o mais alto entre todas e o menor valor de *FN*, com 517 casos. No entanto, apresentou um alto valor de *FP* igual a 7483 casos. O que significa que a técnica 1 tem uma grande sensibilidade para a detecção de singularidades ($REC = 96.20\%$), mas nem todas as singularidades detectadas são condizentes com singularidades reais ($PRE = 63.65\%$).

A técnica 2 apresentou um total de 13059 casos de *VP*, 6898 casos de *FP* e 559 casos de *FN*. Em comparação à técnica 1, tem uma menor sensibilidade ($REC = 95.70\%$) e um ligeiro maior valor de precisão ($PRE = 65.44\%$). O que significa que detecta um maior número de singularidades válidas, porém é menos sensível na detecção.

Já a técnica 3, apresentou um total de 13075 casos de *VP*, 4604 casos de *FP* e 543 casos de *FN*, observando-se que em relação às outras duas técnicas, tem a menor valor de *FP* e um valor mediano de *FN*. A diminuição do número de casos *FP* implicou em um aumento da precisão ($PRE = 73.96\%$).

Esta técnica apresentou um decréscimo da sensibilidade ($REC = 96.01\%$), no entanto, ao se levar em conta tanto os valores de *PRE* e *REC*, esta técnica apresenta o melhor desempenho na detecção de singularidades.

TÉCNICA	VP	FN	FP	PRE	REC
1	13101	517	7483	63.65 %	96.20 %
2	13059	559	6898	65.44 %	95.70%
3	13075	543	4604	73.96 %	96.01 %

Tabela 6.2 - Diagnóstico da performance das técnicas de cálculo de Poincaré.

6.1.1 Avaliação das Técnicas para cada Tipo de Singularidade

À mérito de analisar o desempenho da técnica de classificação das singularidades, foi feita uma análise de desempenho para cada tipo de singularidade.

Para este cenário, foi observado que, de forma geral, a função classificadora apresenta melhor desempenho para casos de ocorrência de sela e espiral, uma vez para todas as técnicas os valores de *PRE* e *REC* são maiores para estes dois tipos de singularidade, conforme mostrado nas Tabela 6.3, Tabela 6.4 e Tabela 6.5.

A melhor precisão foi novamente percebida para a técnica 3, já que os valores de *PRE* para espiral, sela e nó foram de 60.66%, 24.53% e 8.09%, respectivamente. Vale ressaltar que para a singularidade do tipo sela, apesar

de apresentar uma menor precisão na classificação por parte da função de minimização, foi observada uma considerável competência para sua detecção, uma vez que apresentou o maior valor de REC em relação às outras singularidades.

Portanto, foi percebida uma deficiência no classificador para inferir singularidades do tipo cêntrica, fonte, nó-fonte e nó-sumidouro, pois na análise destas, foram obtidos valores nulos de VP o que leva às possíveis considerações:

1. O modelo de sistema dinâmico utilizado neste trabalho não está apto para reconhecer singularidades distintas aos tipos sela e espiral;
2. A função de otimização deve ser revista, pois não está eficiente na inferência dos coeficientes constituintes da matriz A .

RETRATO DE FASE	VP	FN	FP	PRE	REC
cêntrico	0	33	0	---	----
espiral	340	96	263	56.38%	77.98%
sela	184	27	745	19.81%	87.20%
nó	15	42	179	7.73%	26.32%
fonte	0	2	0	----	----
nó-fonte	0	5	0	----	----
nó-sumidouro	0	1	0	----	----

Tabela 6.3 - Resultados da análise específica às singularidades para a técnica 1.

RETRATO DE FASE	VP	FN	FP	PRE	REC
cêntrico	0	33	0	----	----
espiral	324	112	256	55.86%	74.31%
sela	179	32	659	21.36%	84.83%

nó	12	45	141	7.84%	21.05%
fonte	0	2	0	----	----
nó-fonte	0	5	0	----	----
nó-sumidouro	0	1	0	----	----

Tabela 6.4 - Resultados da análise específica às singularidades para a técnica 2.

RETRATO DE FASE	VP	FN	FP	PRE	REC
cêntrico	0	33	0	----	----
espiral	313	123	203	60.66%	71.79%
sela	181	30	557	24.53%	85.78%
nó	11	46	125	8.09%	19.30%
fonte	0	2	0	----	----
nó-fonte	0	5	0	----	----
nó-sumidouro	0	1	0	----	----

Tabela 6.5 - Resultados da análise específica às singularidades para a técnica 3.

6.2 ANÁLISE DESCRITIVA DAS TÉCNICAS

Apesar do uso das métricas para a tomada de decisão sobre qual técnica é a mais apta para aplicação, foram aplicados alguns testes para a comparação qualitativa do comportamento das 3 técnicas a fim de tornar mais explícitos os tipos de erros que podem ocorrer ao utilizá-las. Para tanto, foram construídos dois campos de escoamento onde estão presentes 1 ou 2 vórtices a fim de servir como testes.

Para o teste número 1 - onde há apenas um vórtice - a técnica 1 apresentou um pequeno deslocamento entre a localização computada e a real, uma vez que o centro do vórtice simulado se encontra na coordenada (61,61) e a obtida pelo método foi a coordenada (62,62), Figura 6.1. Por outro lado, pode ser observado que tanto para a técnica 2 quanto para a 3, os testes foram bem sucedidos devido à precisão na definição da posição do centro.

Não obstante, os resultados provenientes da rodada do segundo teste se apresentaram melhores, pois foi encontrado apenas um erro para a técnica 1. Este se refere ao vórtice formado em (41,41), Figura 6.2a lado inferior esquerdo, o qual foi considerado estar em (41,43), apresentando um deslocamento de dois pontos na malha no eixo y. Para o caso do vórtice superior na posição (81,81), não houve erro e para as técnicas restantes os acertos permanecem para todos os centros.

Além dos campos construídos numericamente, também foram aplicados testes utilizando campos de média mensal dos dados HYCOM.

Para o caso da técnica 1, foram encontrados os seguintes erros: a não acurácia na localização dos centros e a classificação incorreta do tipo de feições. Na Figura 6.4.c, referente ao mês de março, é possível visualizar tais erros citados. Na coordenada (123,45) se observa a representação do centro computado por meio dessa técnica, sendo que o centro verdadeiro se situa em (122,45). Essa magnitude de deslocamento é aceitável, uma vez que está dentro de uma região abrangida pela área de uma janela de dimensão 5x5.

Em algumas situações, os centros não são representados devido à classificação equivocada por parte do algoritmo de otimização. Pode ser observada a ocorrência deste erro de classificação em outros locais, como em (150,26), (118,23) e (117,45) onde a classificação mais coerente a ser tomada seria a de sela.

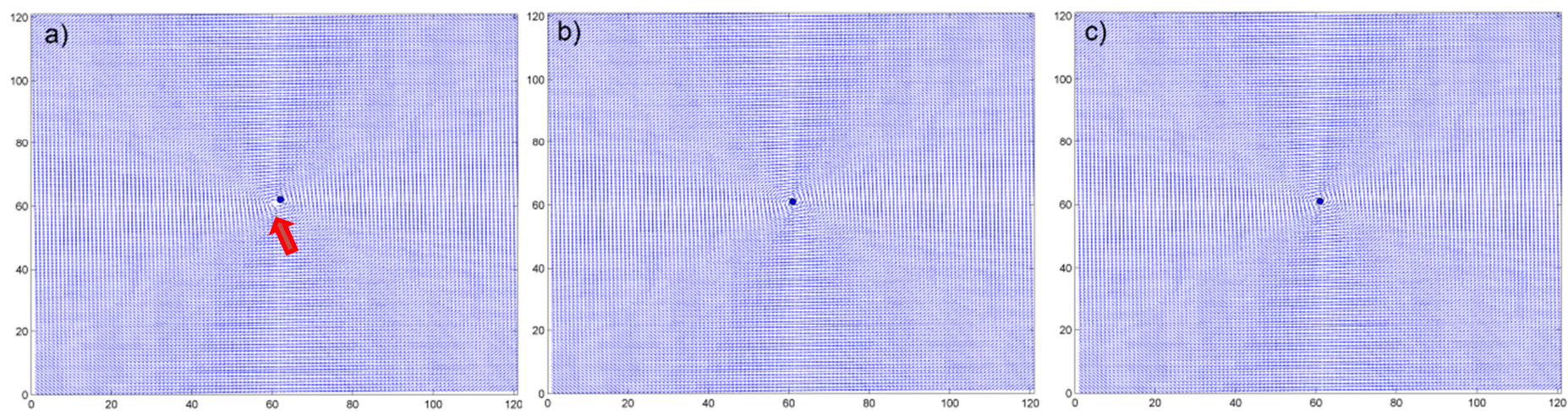


Figura 6.1 - Saída dos processamentos do caso teste 1 para as 3 técnicas. Figura 6.1.a Técnica 1; Figura 6.1.b Técnica 2; Figura 6.1.c Técnica 3.

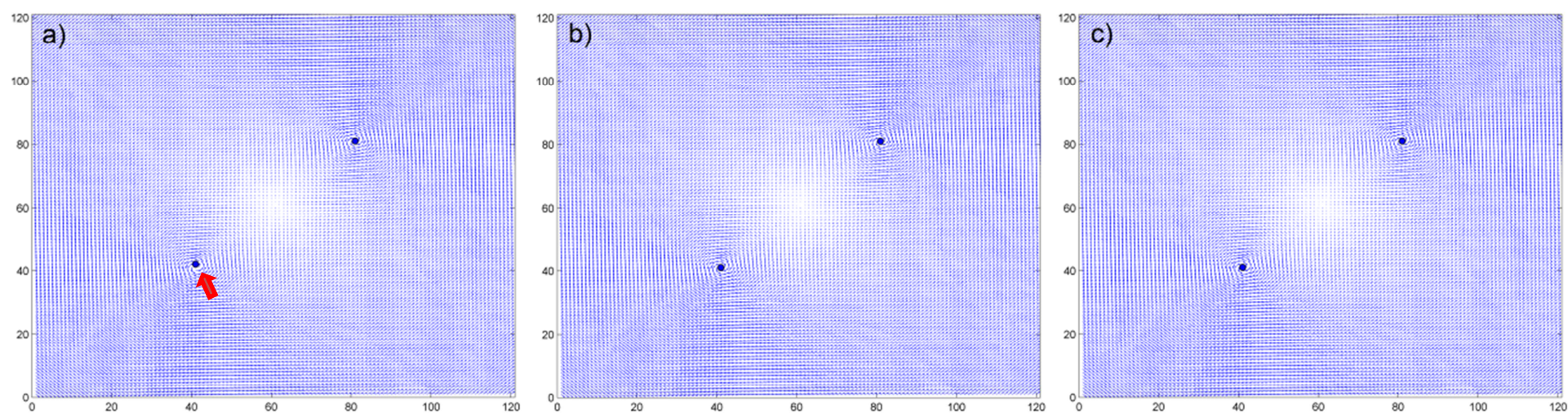


Figura 6.2 - Saída dos processamentos do caso teste 2 para as 3 técnicas. Figura 6.2.a Técnica 1; Figura 6.2.b Técnica 2; Figura 6.2.c Técnica 3.

Para a técnica 2 foram percebido os seguintes erros: deslocamento do centro computado em relação ao real, classificação incorreta de feição. No ponto (123,44) está representado o centro de um vórtice identificado, no entanto, seu centro está em (122,45), novamente uma diferença aceitável. Para o mesmo mês, ocorreu o erro de classificação de feição onde uma singularidade relacionada a um vórtice foi considerada como uma do tipo sela, fazendo com que o vórtice não seja identificado, isso foi observado no ponto (101,19). Todos os dois erros foram encontrados no mês de março, Figura 6.5.c. Outro erro de classificação foi encontrado no mês de janeiro, Figura 6.5.a, onde uma singularidade presente em (172,56) foi considerada com vórtice.

A técnica 3 também apresentou falhas similares às comentadas anteriormente. Nesta, foi possível observar o erro de deslocamento e classificação incorreta. Na Figura 6.6d, é visível a plotagem do ponto (65,26) como centro detectado, quando que o real está em (62,28). Já o erro de classificação pode ser visualizado na Figura 6.6c, no ponto (118,24), onde a classificação tende para um formato de sela.

Na detecção da localização do vórtice, o erro de deslocamento é devido ao arredondamento dos valores de IP - para um número inteiro superior - que ocorrem no entorno da posição do vórtice. Assim que, na escolha do valor inteiro de IP relacionado à singularidade pelo algoritmo, há a possibilidade da seleção de um outro ponto próximo à real posição da singularidade. Na Figura 6.3 estão representados o campo de orientação referente ao caso teste com apenas um vórtice e os valores de IP para a mesma região. Em relação ao centro real do vórtice, foi observado que a técnica 1 detecta a posição (52,52) como sendo o centro. No entanto, a posição real é o ponto (51,51). Por exemplo, o ponto (52,52) tem um valor de IP igual a 0.5 e o ponto (51,51), o valor de 0.75. Embora estes pontos apresentem valores diferentes de IP, o arredondamento dos valores de IP ocasiona que os dois pontos tenham valores de IP iguais a 1. Este último, pode provocar um deslocamento na detecção da posição da singularidade pelo algoritmo. Neste caso, identificando o ponto (52,52) como a posição da singularidade.

É importante ressaltar que o erro de localização da singularidade pode ocasionar um erro na sua classificação.

Este tipos de erros foram encontrados na análise dos campos de velocidade HYCOM pelas 3 técnicas apresentadas neste trabalho. Além destes erros, pode existir o erro de classificação devido ao não ajustamento do campo de velocidades ao modelo dinâmico utilizado neste trabalho.

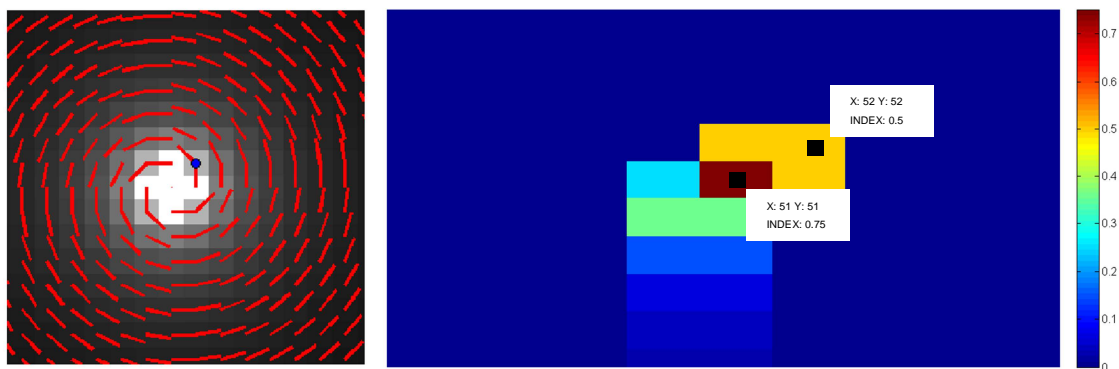


Figura 6.3 - Representação do campo de orientação e a localização da singularidade (esquerda); Distribuição dos valores de IP (direita). (A escala horizontal da figura da direita foi duplicada).

Finalmente, cabe ressaltar que os erros acima mencionados podem influenciar a contagem dos casos de VP, FP e FN.

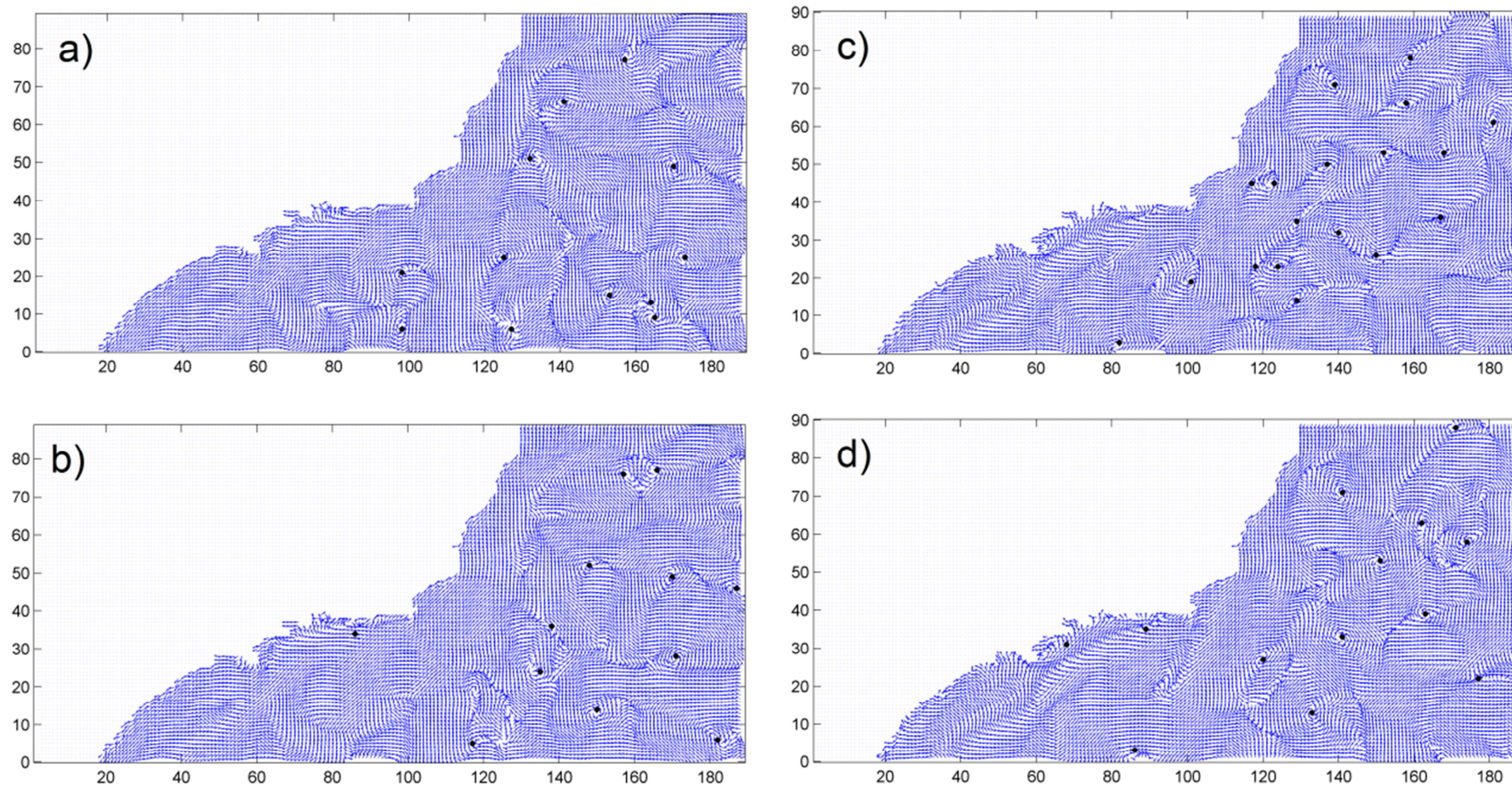


Figura 6.4 - Aplicação da técnica 1. Figura 6.4a Janeiro; Figura 6.4b Fevereiro; Figura 6.4c Março; Figura 6.4d Abril.

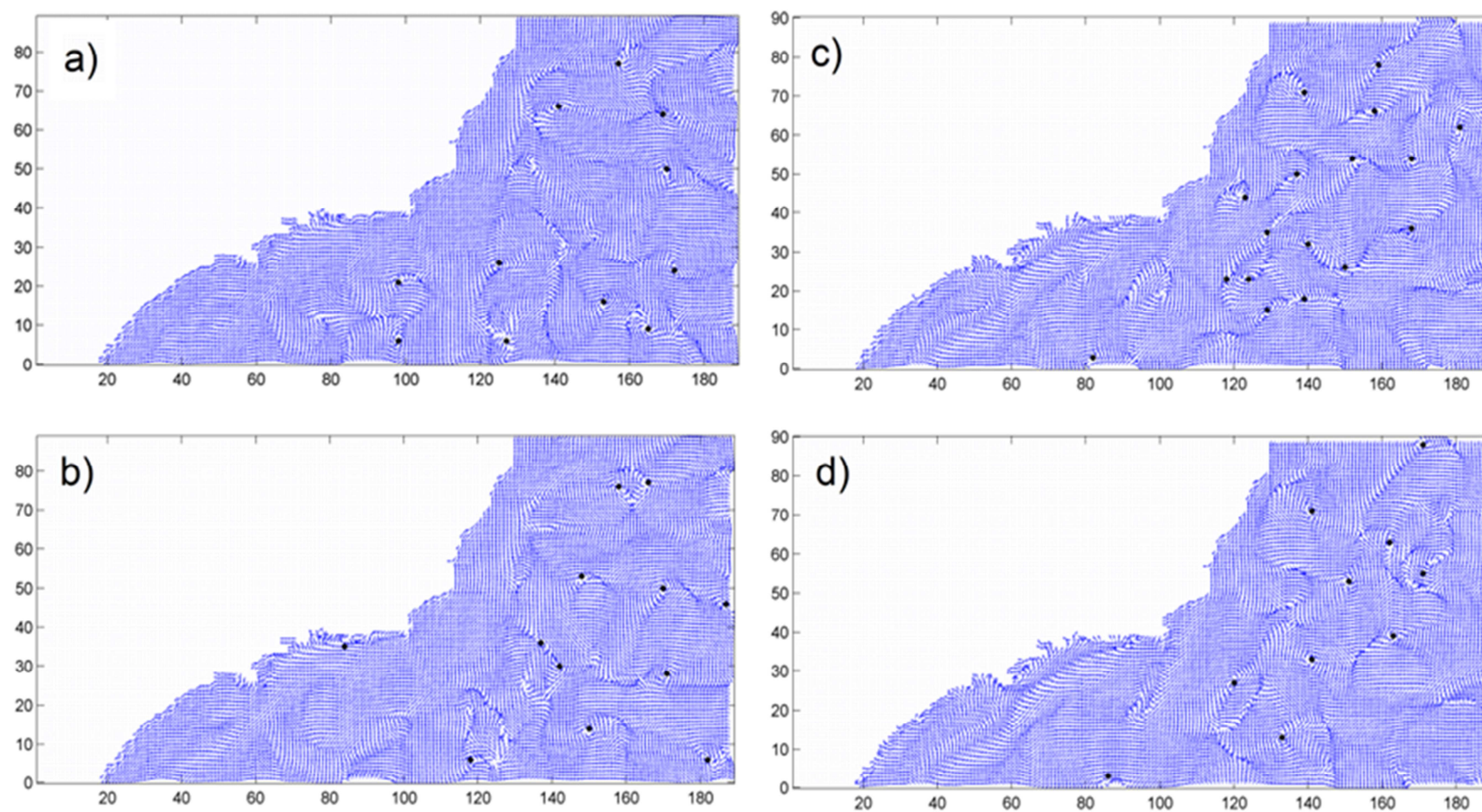


Figura 6.5 - Aplicação da técnica 2. Figura 6.5.a Janeiro; Figura 6.5.b Fevereiro; Figura 6.5.c Março; Figura 6.5.d Abril.

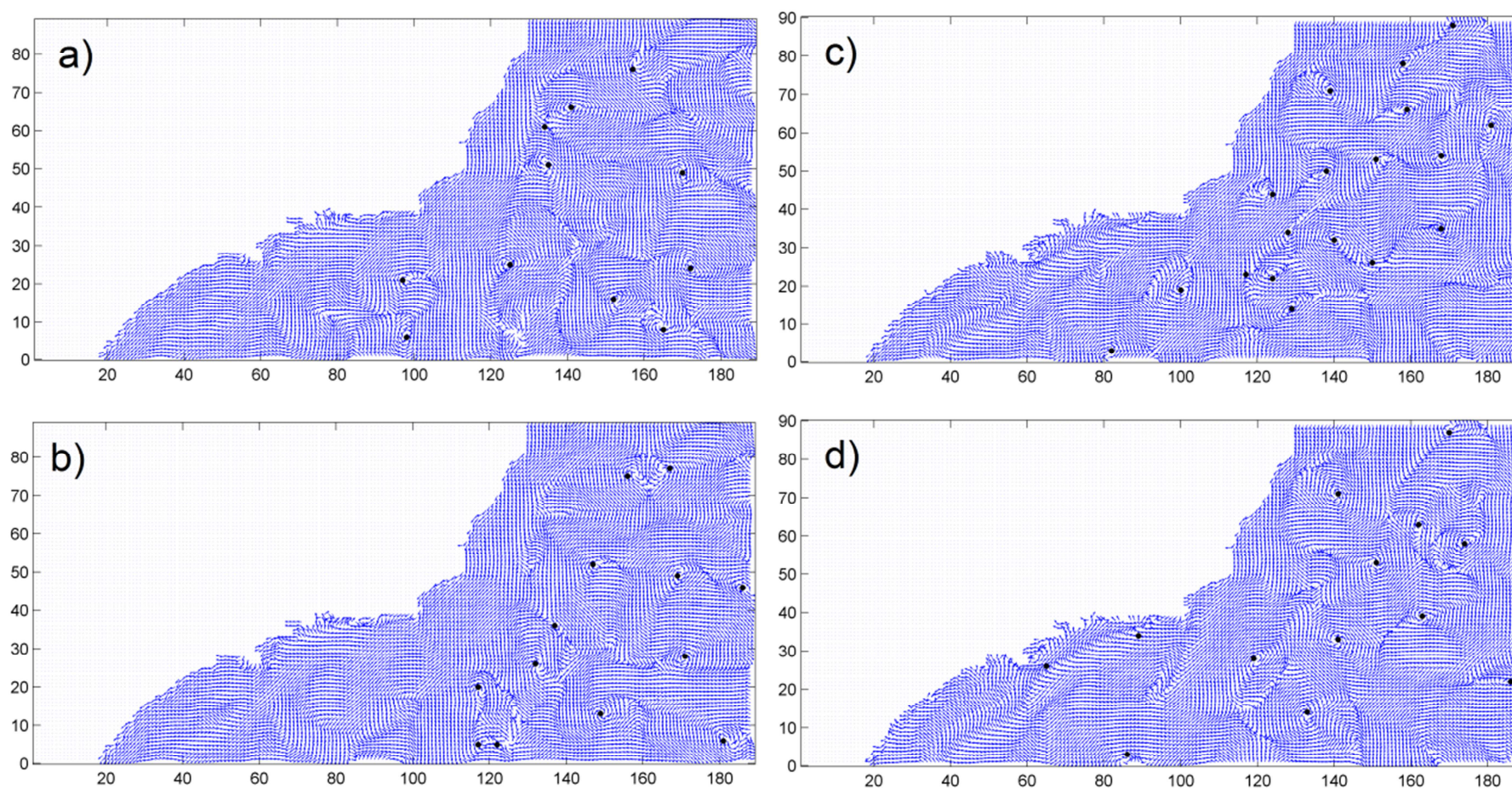


Figura 6.6 – Aplicação da técnica 3. Figura 6.6a Janeiro; Figura 6.6b Fevereiro; Figura 6.6c Março; Figura 6.6d Abril.

6.3 DETECÇÃO DE VÓRTICES NA COSTA BRASILEIRA

Após as fases de testes e avaliação de desempenho foi dado prosseguimento a aplicação da técnica 3 para a região sudeste brasileira.

No entanto, a fim de obter um conhecimento prévio da distribuição dos fenômenos de vórtices, foram feitas médias mensais dos campos de velocidade. Sendo levado em consideração que a ocorrência de vórtices possui certa dependência, mas não exclusiva, da cinemática do escoamento.

Nas análises das médias mensais, foi notado que o período que abrangeu o verão e o outono de 2012 foi o de maior dinâmica na CB, com um máximo de velocidade de 0.7945 m/s e com o maior valor de velocidade mínima de 0.0023 m/s referentes ao mês de março. Nas Figura 6.7a, b e c está evidenciado o escoamento com maior intensidade e a “língua” a qual é citada por Taschetto e Wainer (2002). Esta é devido a uma intensificação da CB ao interagir com as características topográficas da costa em profundidades maiores que 600m, como pode ser verificado na Figura 4.1.

Os menores valores da velocidade mínima foram encontrados nos meses de agosto e outubro com uma mínima de 0.0002 m/s, e o menor valor de velocidade máxima foi para o mês de julho, com máxima de 0.4283 m/s, ver Tabela 6.7.

Os meses com maior frequência de vórtices por dia foram os meses de julho com uma frequência de 18.61 e dezembro, com 18.29. E se totalizados o número de vórtices detectados, o período que abrange as estações inver-primavera apresentou um total de 3063 vórtices, e o período referente ao verão-outono, com 2940 vórtices.

Segundo alguns autores, a geração de vórtices é determinada pela mudança da orientação da costa (CAMPOS, 1995; CALADO, 2001; SILVEIRA *et al.*, 2000), no entanto, não explica o crescimento da amplitude dos meandros e um posterior fechamento em vórtices, assim como a manutenção na permanência deles. Isto pode ser consequência das instabilidades baroclínicas e barotrópicas na região, sendo a causa da instabilidade baroclínica relacionada ao cisalhamento vertical causado principalmente pelo sistema CB-CCI e da barotrópica; cisalhamento horizontal forte das correntes (CUSHMAN-ROISIN,

1994; SILVEIRA *et al.*, 2000; CALADO, 2001; MATTOS, 2006; LIMA, 2008; SILVEIRA *et al.*, 2008; GABIOUX, 2008). A visão do segundo grupo de pesquisadores parece explicar melhor o que foi encontrado nos resultados, uma vez que foi percebida uma maior quantidade das singularidades nos meses de julho, com grande entradas de frentes, e de dezembro com a maior intensidade do escoamento, indicando um maior cisalhamento vertical.

MÊS	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
Freq.(dia)	16.90	15.31	16.16	15.07	14.58	17.50	18.61	15.23	17.53	15.57	16.53	18.29
TOTAL	524	444	501	452	452	525	577	472	526	467	496	567

Tabela 6.6 - Registro dos vórtices detectados referentes ao ano de 2012.

MÊS	MIN(m/s)	MAX(m/s)
jan	0.0011	0.7418
fev	0.0018	0.7639
mar	0.0023	0.7945
abr	0.0006	0.6971
mai	0.0010	0.5317
jun	0.0015	0.4795
jul	0.0006	0.4283
ago	0.0002	0.4432
set	0.0008	0.4595
out	0.0002	0.5148
nov	0.0008	0.5237
dez	0.0012	0.5208

Tabela 6.7 - Registro das velocidades médias mensais para o ano de 2012.

Feita a análise do comportamento do escoamento e de incidência de vórtices na região, foi feita uma pesquisa visual dos vórtices encontrados em cada mês, assim que foi dada ênfase ao vórtice encontrado no mês de janeiro do ano de 2012. Nas Figura 6.10, Figura 6.11 e Figura 6.12 estão indicadas as localizações do que foi considerada uma singularidade relacionada ao vórtice, sendo que pôde ser verificado um vórtice quase-estacionário na região do CST por se manter, aproximadamente, na região contida entre as latitudes de 21°S a 23°S e longitudes de 37 °O a 40 °O apresentando pouco deslocamento de sua origem, cuja a duração foi de 11 dias, permanecendo do dia 05 a 15 de janeiro. Este apresentou um raio aproximado de 60 km.

Ao ser percebido o comportamento quase-estacionário deste vórtice, foi feita a detecção em camadas para profundidades abaixo da superfície, onde se pôde perceber o desenvolvimento vertical do vórtice. Nas Figura 6.13 e Figura 6.14

está demonstrado o desenvolvimento deste vórtice para os dias 5, 6, 9 e 10, por toda a coluna d'água, que chega a atingir profundidades maiores que 2000 m. Pode-se perceber que as linhas de corrente formam contornos fechados em todas as camadas representadas, resultando numa coluna completamente desenvolvida de um movimento rotacional, caracterizando-se assim como uma coluna de Taylor-Proudman.

Este tipo de análise é um exemplo de resultados que podem ser obtidos quando se considera terceira dimensão no sistema de equações, Eq. 3.4. Nas figuras citadas, foram apresentados os campos gerados pelo HYCOM referentes a 6 camadas de um total de 40, sendo que estas são referentes às profundidades de 0 m à 5000 m. As profundidades representadas foram a de 0 m (superfície), 15 m, 50 m, 150 m, 600 m e 2000 m a fim de que fosse evitada uma sobrecarga de informação.

A consideração do comportamento do escoamento no eixo z torna possível o acompanhamento do desenvolvimento vertical do vórtice detectado, proporcionando um maior entendimento sobre a gênese de vórtices e seus efeitos sob as áreas adjacentes.

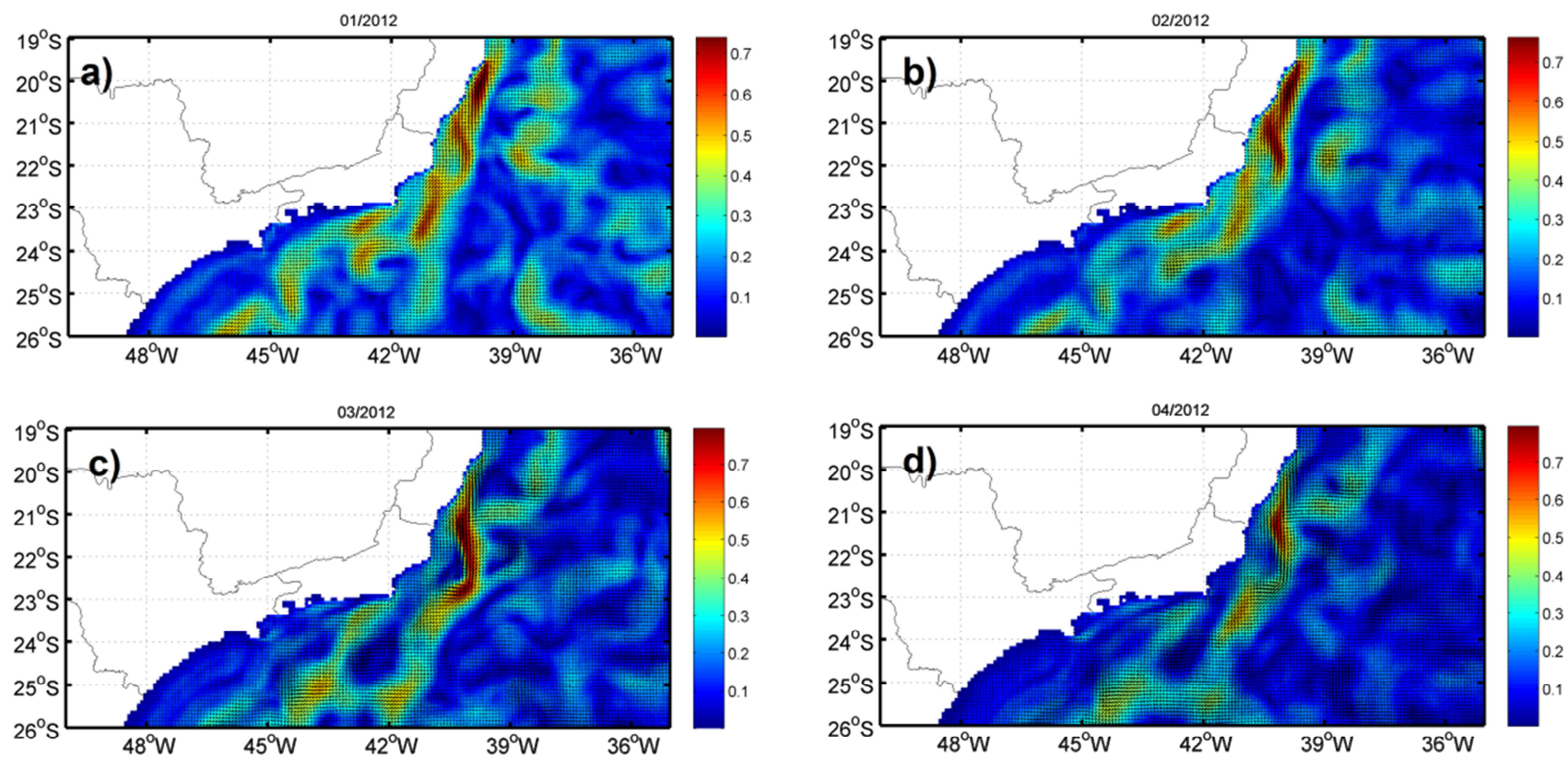


Figura 6.7 - Escoamento médio para os meses de janeiro a abril do ano de 2012.

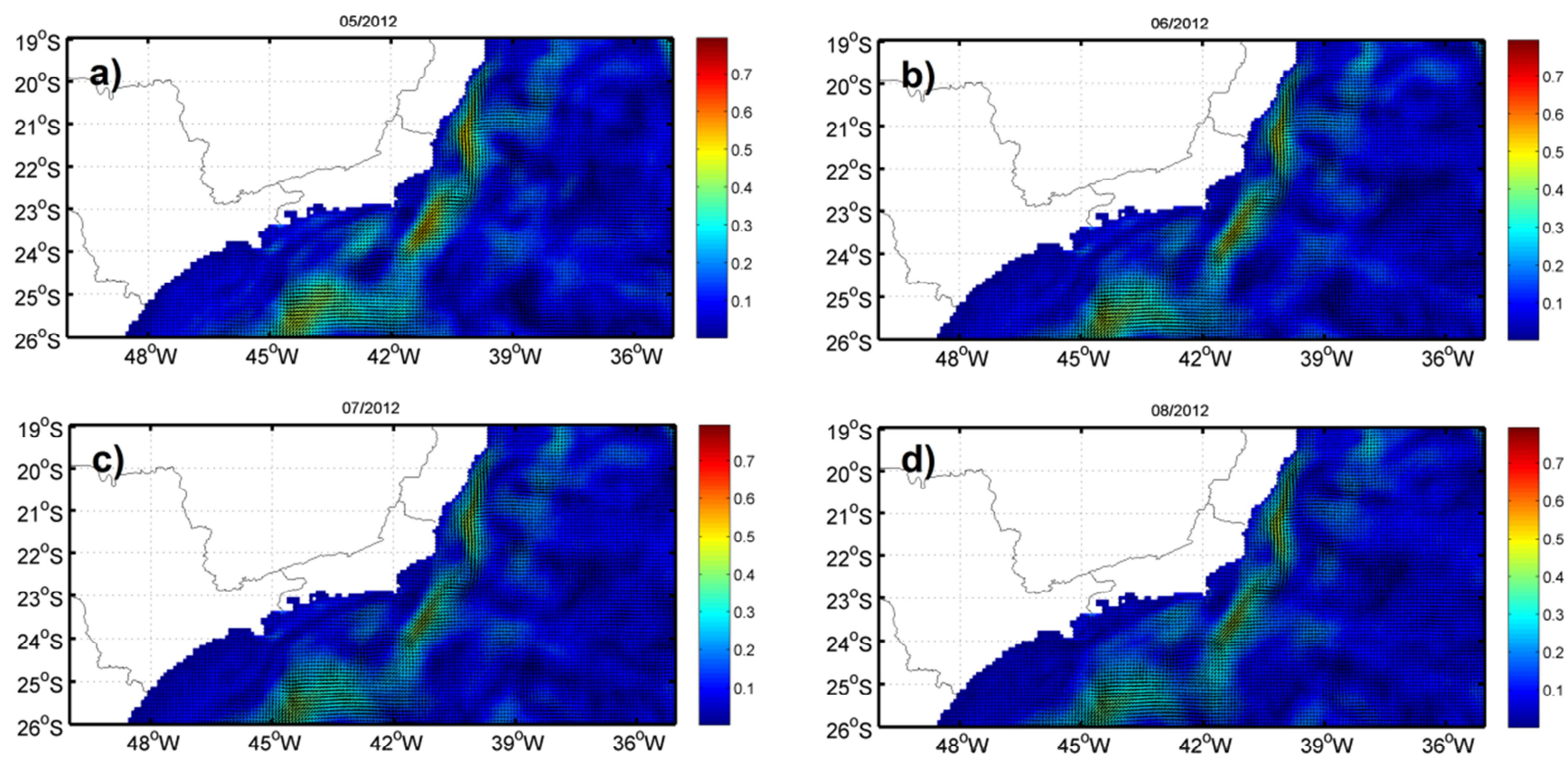


Figura 6.8 - Escoamento médio para os meses de maio a agosto do ano de 2012.

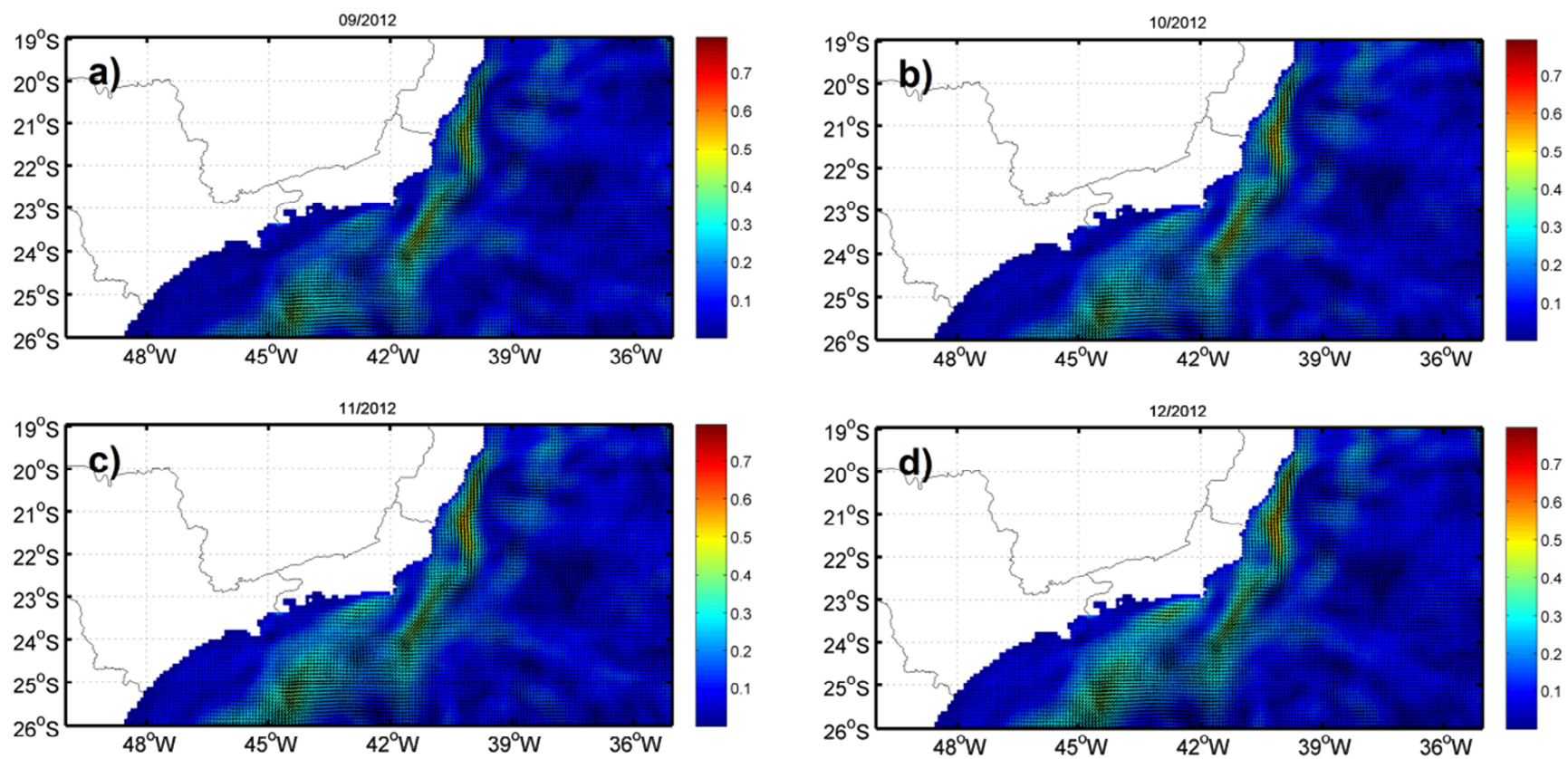


Figura 6.9 - Escoamento médio para os meses de setembro a dezembro do ano de 2012.

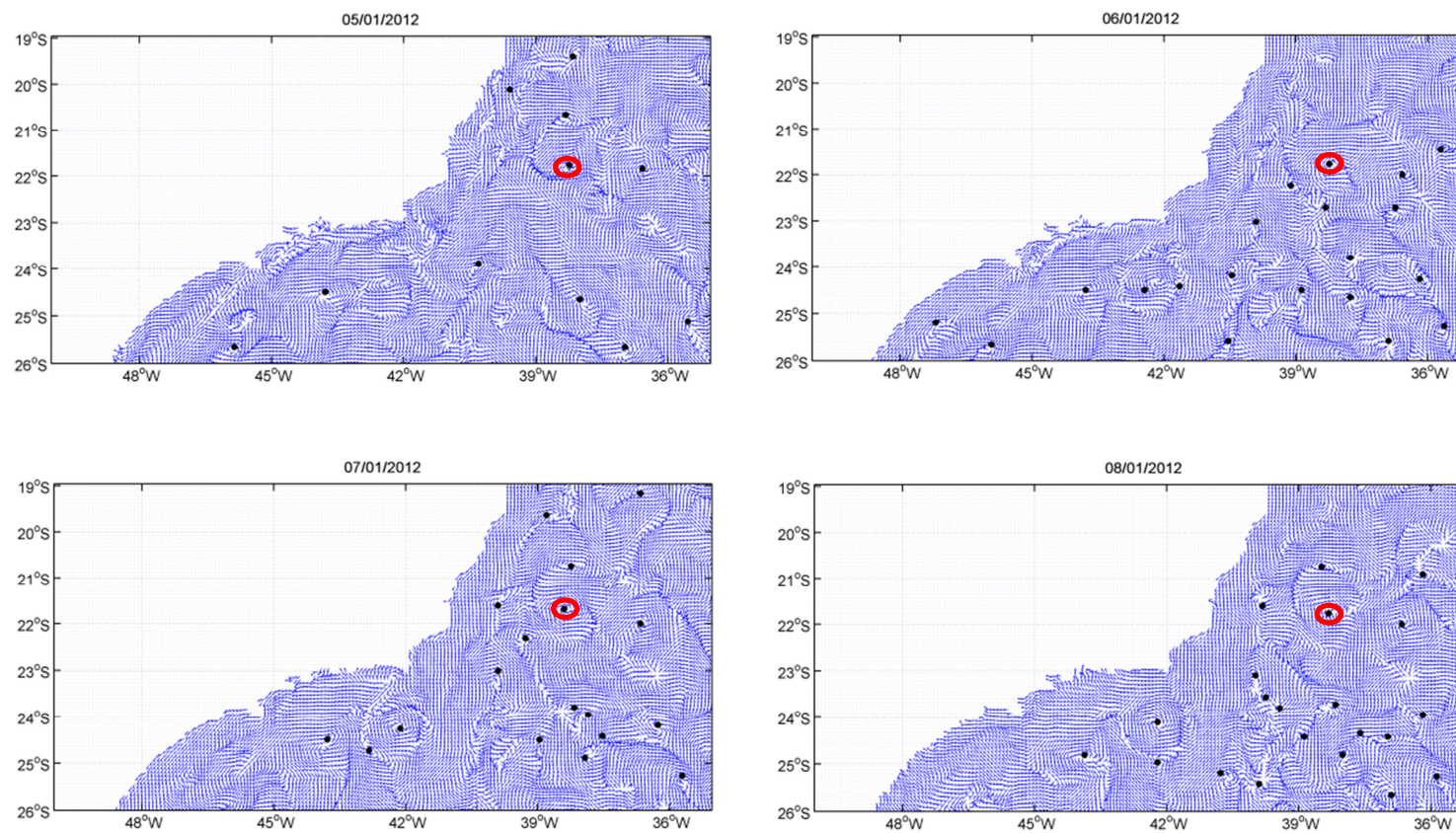


Figura 6.10 - Vórtice detectado na costa do Rio de Janeiro na região aproximada de 22°S e 38°O (evidenciado em vermelho).
Dias 5 - 8 de janeiro.

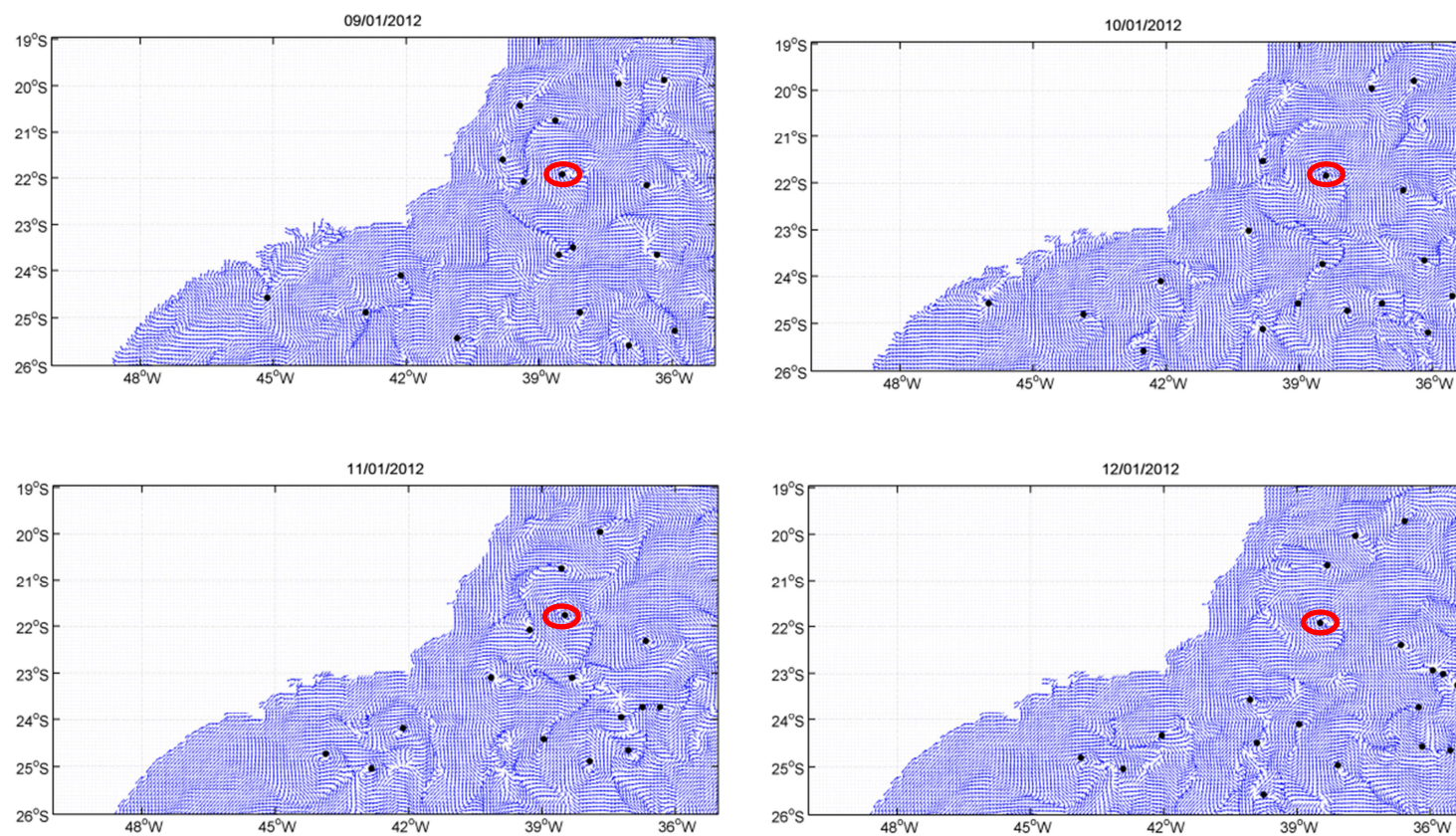


Figura 6.11- Vórtice detectado na costa do Rio de Janeiro na região aproximada de 22°S e 38°O (evidenciado em vermelho).
Dias 9 - 12 de janeiro.

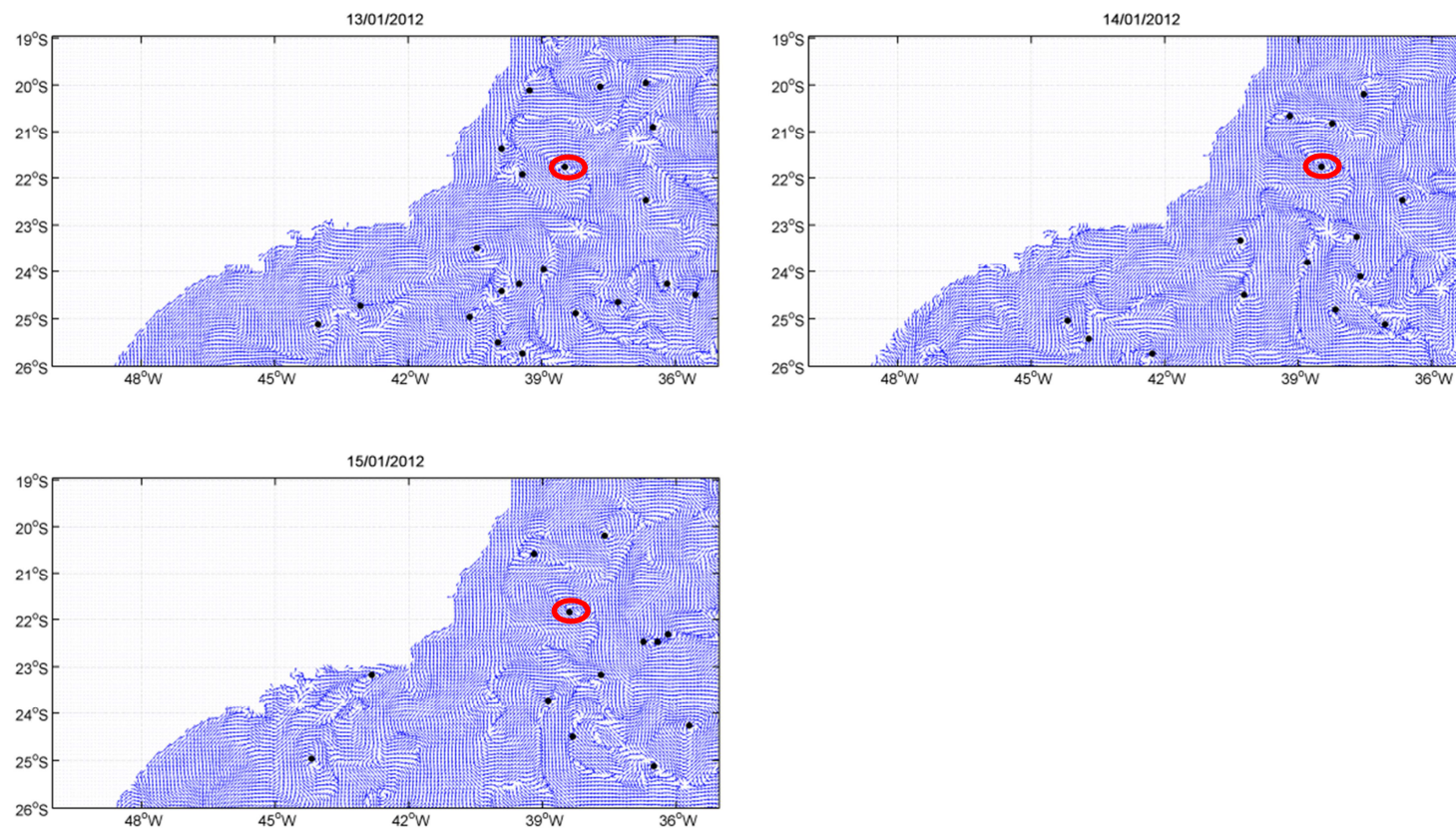


Figura 6.12 - Vórtice detectado na costa do Rio de Janeiro na região aproximada de 22 ° S e 38°O (evidenciado em vermelho).
Dias 13 - 15 de janeiro.

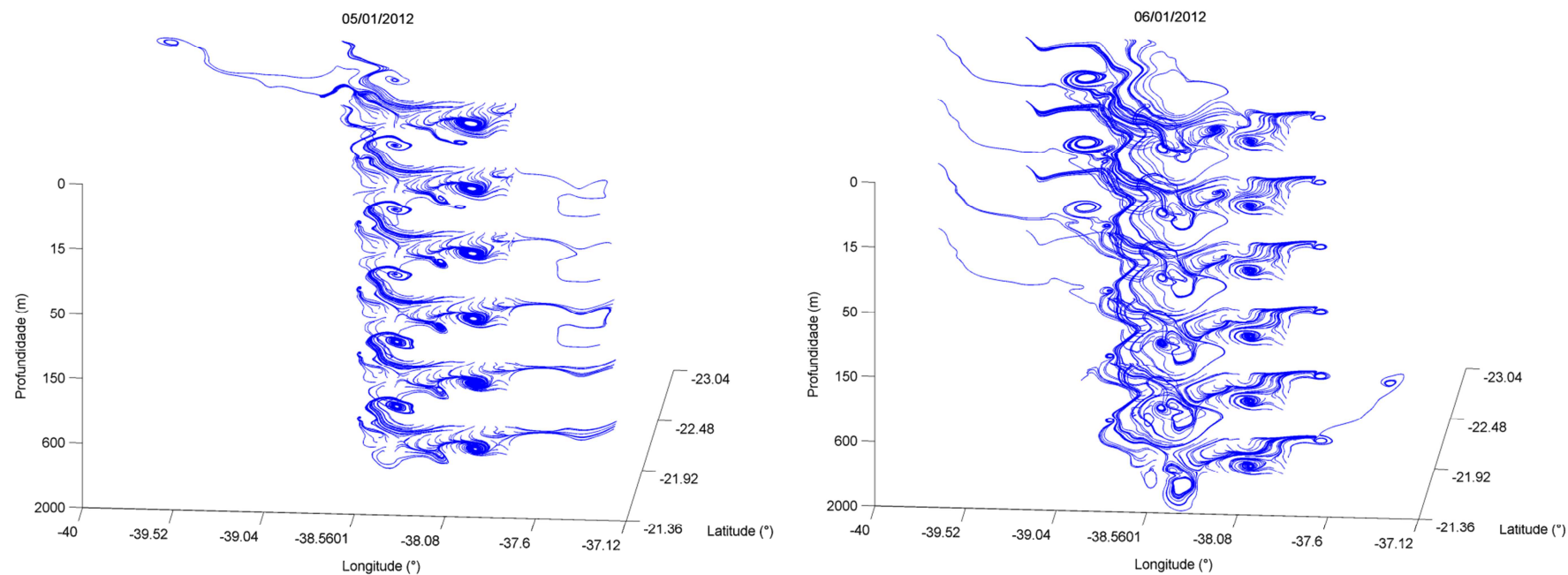


Figura 6.13 - Representação das linhas de corrente e o desenvolvimento da coluna Taylor-Proudman. Dias 5-6 de janeiro.

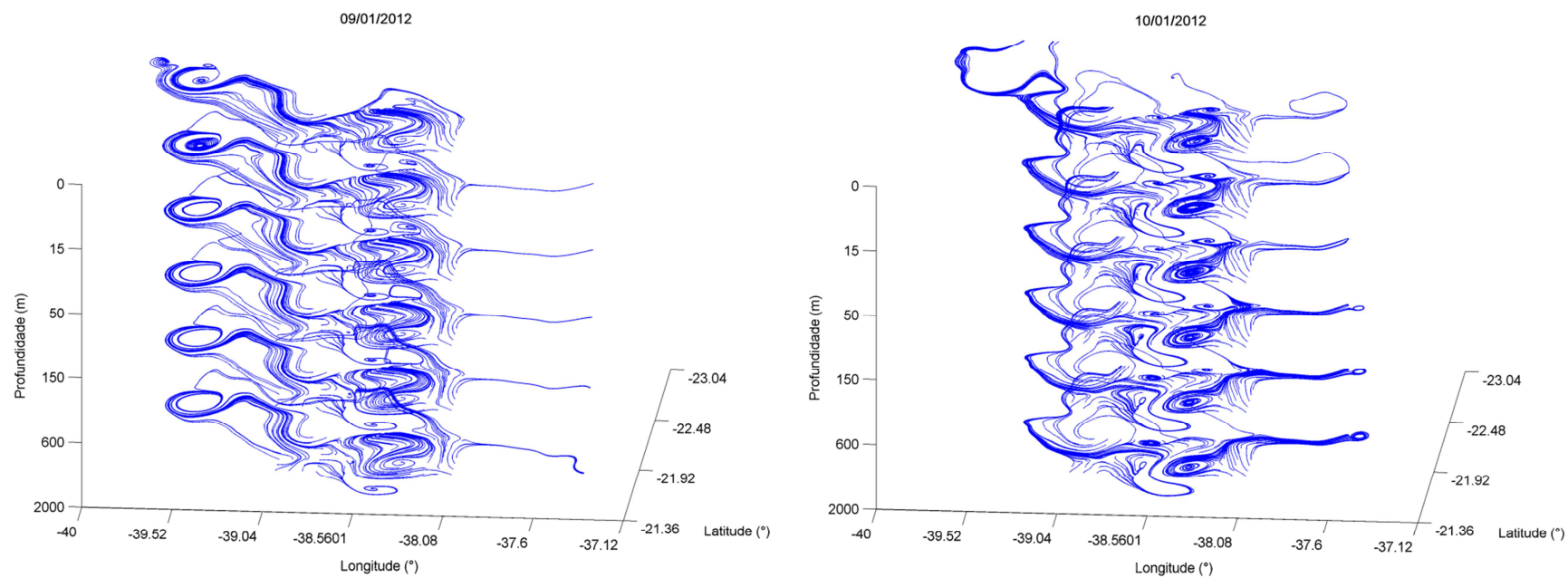


Figura 6.14 - Representação das linhas de corrente e o desenvolvimento da coluna Taylor-Proudman. Dias 9 e 10 de janeiro.

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Os resultados obtidos neste trabalho provam que o Índice de Poincaré pode ser utilizado para detectar a posição de singularidade em forma das três técnicas expostas, sendo que a comparação entre as métricas utilizadas para o diagnóstico das técnicas levou a considerar a técnica 3 como a melhor para ser aplicada sobre os campos vetoriais. Esta técnica mostrou-se capaz de executar a tarefa definida com um grau maior de precisão. Assim que, é recomendada para aplicações relacionadas a detecções de singularidade.

Das análises dos campos de velocidade HYCOM foi possível identificar um processo de formação de vórtice na região do CST. Este foi considerado evento de vórtice verdadeiro, uma vez que foi constatado seu desenvolvimento vertical, não se tratando então de uma feição relacionada a um fechamento de meandros ou outras situações que geram vórtices temporários.

Apesar dos erros de deslocamento, a técnica de classificação pelo modelo dinâmico se mostra promissora para estudos fenomenológicos de vórtices e, assim, preencher a lacuna existente na literatura sobre tal tópico.

Portanto, sugere-se uma melhoria na parte de detecção da localização das singularidades, de forma a obter a correta classificação da singularidade pelo método dinâmico.

Para se ter uma maior compreensão do desenvolvimento vertical de um vórtice, vale a sugestão de estender a análise de detecção na terceira dimensão do campo de velocidade.

Também é interessante o incentivo do desenvolvimento de estudos que disponibilizem metodologias que alcancem o desafio de conseguir calcular as características geométrica e cinemática do vórtice como raio, velocidade de deslocamento e orientação.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRÉ,T.C.S.S.;RANGAYYAN,R.M. Classification of breast masses in mammograms using neural networks with shape, edge sharpness, and texture features. **Journal of Electronic Imaging**, v. 15, n. 1, p. 013019, 2006.

ANTON, H.;RORRES,C. **Álgebra linear com aplicações**.8 ed. Porto Alegre: Bookman, 2002.

ARRUDA,W.Z.;CAMPOS,E.J.; ZHARKOV,V.;SOUTELINO,R.G.;SILVEIRA,I.C.I. Events of equatorward translation of the Vitoria Eddy. **Continental Shelf Research**, v. 70, p. 61-73, 2013.

AYRES, F. J.;RANGAYYAN, R. M. Optimization procedures for the estimation of phase portrait parameters of orientation fields. In: **Electronic Imaging 2006**. International Society for Optics and Photonics, 2006. p. 606407-606407-12.

AZUMA,T.;FUKUSHIMA,T. Flow Patterns in Stenotic Blood Vessel Models **Biorheology**, vol. 13, p.337-355, 1976.

BOEBEL,O.;DAVIS,R.E.;OLLITRAULT,M.;PETERSON,R.G.;RICHARDSON,P.L.;SCHMID,C.; ZENK,W. The intermediate depth circulation of the western South Atlantic. **Geophysical Research Letters**, v. 26, n. 21, p. 3329-3332, 1999.

CALADO,L. **Dinâmica da formação dos meandros e vórtices da corrente do Brasil, ao largo do Sudeste Brasileiro**. 2001. Dissertação de Mestrado – IO/USP, Universidade de São Paulo,São Paulo,2001.

CALADO,L. **Dinâmica da interação da atividade de mesoescala da Corrente do Brasil com o fenômeno da ressurgência costeira ao largo de Cabo Frio e Cabo de São Tomé, RJ**. 2006. Tese de Doutorado – IO/USP, Universidade de São Paulo,São Paulo,2006.

CALIL,P.H.R. **Dinâmica da interação de vórtices isolados com correntes de contorno oeste num oceano de 1,5 - camadas**. 2002. Dissertação de Mestrado - IO/USP, Universidade de São Paulo,São Paulo,2002.

CAMPOS, E.J.D. **Estudos da circulação oceânica no Atlântico tropical e região oeste do Atlântico Subtropical Sul**. 1995. Tese de Livre Docência – IO/USP, Universidade de São Paulo,São Paulo,1995,114 p.

CORE, H.;COTE,W.;DAY,A. **Wood Structure and Identification**. ed. 2. Syracuse: Syracuse University Press,Nova Iorque,1979.

CUSHMAN-ROISIN,B. **Introduction to Geophysical Fluid Dynamical**. ed.1. Prentice Hall College Div,. 1994, 320 p.

DE PAULA, A. C.; CALADO, L.; DE MATTOS, R. A. **O Emprego de Feições Oceanográficas Detectadas por Plataformas Satelitais em Apoio a Operações Navais**. Programa Módulo,p.20.2008. Disponível em: < http://www.ieav.cta.br/serfa08/arquivos/caderno_resumos_serfa08.pdf#page=13>. Acesso em: ago. 11 de 2013.

DEGANI,D.;SEGINER,A.;LEVY, Y. Graphical Visualization of Vortical Flows by Means of Helicity. **AIAA Journal** , v.28, n. 8, p.1347-1352, 1990.

DONG,C.;NENCIOLI, F.; LIU, Y.; MCWILLIAMS, J. C. An automated approach to detect oceanic eddies from satellite remotely sensed sea surface temperature data. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**,v 8, n. 6, 1055-1059,2011.

FORD,R.M. Critical point detection in fluid flow images using dynamical system properties.**Pattern Recognition**, v. 30, n. 12, p. 1991-2000, 1997.

GABIOUX,M. **Estudo numérico dos meandros e vórtices da corrente do Brasil entre 22°s e 30°s**. 2008. Tese de Doutorado - COPPE/UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro,2008.

GARFIELD III,N. **The Brazil Current at subtropical latitudes**.1990. Tese de doutorado. University of Rhode Island,Kingston,1990. 121 p.

GODOI,S.S. **Dinâmica quase-geostrófica do sistema Corrente do Brasil no embaçamento de São Paulo (23,5°S-27°S)**. 2005. Tese de Doutorado – IO/USP, Universidade de São Paulo, São Paulo,2005.

HIRSCH,M.W.;SMALE,S.;DEVANEY,R.L.Differential equations, dynamical systems and an introduction to chaos. Amsterdã: **Elsevier**. 2004.

IWASAKI,I.;TANAKA, H. On the flow visualization and turbulent measurement on the ripple models. In: **Proc. Third Int. Symp. Flow Visualization**. 1983, p. 681-685.

JEONG,J;HUSSAIN,F. On the identification of a vortex. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 285, n. 69, p. 69-94, 1995.

JIANG, M; MACHIRAJU, R; THOMPSON, D. Detection and Visualization of Vortices. In: JOHNSON,C.; HANSEN,C. (Eds).**The Visualization Handbook**. Academic Press. p. 295, 2005.

KASS,M.; WITKIN, A. Analyzing oriented patterns. **Computer vision, graphics, and image processing**,v. 37, n. 3, p. 362-385, 1987.

LIMA,N.D. **Estudo da variabilidade dos sinais da Corrente do Brasil na região da Bacia de Campos**.2008. Monografia de conclusão do curso Oceanografia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro,2008.

LIMA,N.D. **A estrutura vertical do sistema Corrente do Brasil - Corrente de Contorno Intermediária ao largo do Cabo de São Tomé**. 2011. Dissertação de Mestrado - COPPE/UFRJ - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro,2011.

MASCARENHAS JR.,A.S.;MIRANDA,L.B;ROCK, N.J. A study of the oceanographic conditions in the region of Cabo Frio.In: COSTLOW,J.D. (Ed.) **Fertility of the sea. New York, Gordon & Breach**, v. 1, p. 285-308, 1971.

MATTOS,R.A. **Feições de meso e grande escalas da Corrente do Brasil ao largo do sudeste brasileiro**. 2006. Dissertação de Mestrado – IO/USP, Universidade de São Paulo,São Paulo,2006.

MCWILLIAMS,J.C. The vortices of two-dimensional turbulence.**Journal of Fluid Mechanics**, v. 219, p. 361-385, 1990.

MONTEIRO,L.H.A. **Sistemas dinâmicos**. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

NENCIOLI,F.; DONG,C.; DICKEY,T.; WASHBURN,L.; MCWILLIAMS,J.C. A vector geometry-based eddy detection algorithm and its application to a high-resolution numerical model product and high-frequency radar surface velocities in the Southern California Bight.. **Journal of Atmospheric and Oceanic Technology**.v. 27, n. 3, p. 564-579, 2010.

OKUBO,A. Horizontal dispersion of floatable particles in vicinity of velocity singularities such as convergences. **DeepSea Res.**,v. 17,p. 445–454, 1970.

PAES,R.C.;FRANCA,G.;DAHER,V.;SARTORI,A.;EBECKEN,N.Methodology for eddies recognition from satellite images. In: **Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)**, 2010. HONOLULU, p. 2856-2859.

PEREIRA, M. D.; SCHETTINI, C. A. F.; OMACHI, C. Y. Caracterização de feições oceanográficas na plataforma de Santa Catarina através de imagens orbitais. **Revista Brasileira de Geofísica**, v. 27, n. 1, p. 81-93, 2009.

RAO,A.R;JAIN,R.C. Computerized flow field analysis: Oriented texture fields. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 14, n. 7, p. 693-709, 1992.

RAO,A.R.;SCHUNCK,B.G. Computing oriented texture fields. **CVGIP: Graphical Models and Image Processing**, v. 53, n. 2, p. 157-185, 1991.

ROBINSON,A.R. Eddies in Marine Science.**Springer-Verlag**,p.609,1983.

RODRIGUES,P.S.S.;ARAÚJO,A.A.;PINOTTI,M. Uma metodologia para detecção de padrões em imagens de escoamento hidráulico. In: **Proceedings of the 1998 International Symposium on Computer Graphics, Image Processing, and Vision - SIBGRAPI**, 1998, p. 4.

RODRIGUES, P.S.S., DE ARAUJO, A.A., PINOTTI, M.: Describing patterns in flow-like images. In: **Proceedings of the 10th International Conference on Image Analysis and Processing**, 1999,p. 424-429.

RODRIGUES,R.R.;ROTHSTEIN,L.M.;WIMBUSH,M. Seasonal variability of the South Equatorial Current bifurcation in the Atlantic Ocean: A numerical study. **Journal of Physical Oceanography**, v. 37, n. 1, p. 16-30, 2007.

ROTH,M., 2000. **Automatic Extraction Of Vortex Core Lines And Other Line Type Features For Scientific Visualization**. Zurique: Hartung-Gorre,2000.

SADARJOEN,I.A.;POST,F.H.;MA,B.;BANKS,D.C.;PAGENDARM,H.G. Selective Visualization of Vórtices in Hydrodynamic Flows. In: **IEEE Proceedings of Visualization '98**, 1998, p. 419-422.

SAMATELO,J.L.A. **Uma técnica de subtração de fundo em vídeos de monitoramento**. 2012. Tese de Doutorado - PPGEE/UFES, Universidade Federal do Espírito Santo,Vitória,2012.

SCHMID,C.;SCHÄFER,H.;ZENK,W.;PODESTÁ,G. The Vitória eddy and its relation to the Brazil Current.**Journal of Physical Oceanography**, v. 25, n. 11, p. 2532-2546, 1995.

SHU,C.-F.;JAIN,R.C. Vector field analysis for oriented patterns. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 16, n. 9, p. 946-950, 1994.

SHU, C.-F.;JAIN,R.C;QUEK,F. A linear algorithm for computing the phase portraits of oriented textures. **IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition**, p. 352-357, 1991.

SIGNORINI,S.R. On the circulation and the volume transport of the Brazil Current between the Cape of São Tomé and Guanabara Bay. **Deep Sea Research**, v. 25, n. 5, p. 481-490, 1978.

SILVEIRA,I.C.A.;LIMA,J.A.M.;SCHMIDT,A.C.K.;CECCOPIERI,W.;SARTORI,A.;FRANSCISCO,C.P.F.;FONTES,R.F.C. Is the meander growth in the Brazil Current system off Southeast Brazil due to baroclinic instability?. **Dynamics of Atmospheres and Oceans**, v. 45, n. 3, p. 187-207, 2008.

SILVEIRA,I.C.A.;SCHMIDT,A.C.K.;CAMPOS,E.J.D.;DE GODOI,S.S.;IKEDA,Y. A corrente do Brasil ao largo da costa leste brasileira. **Revista Brasileira de Oceanografia**, v. 48, n. 2, p. 171-183, 2000.

SOUTELINO,R.G.;GANGOPADHYAY,A.;SILVEIRA,I.C.A. The roles of vertical shear and topography on the eddy formation near the site of origin of the Brazil Current. **Continental Shelf Research**, v. 70, p. 46-60, 2013.

SOUZA, R. B. Satellite observations of eddies the Southwestern Atlantic Ocean during 1993 and 1994. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 12, 2005, Goiânia. **Anais do XII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**, INPE, 2005, p. 3687-3694.

STOMMEL,H. The Gulf Stream, A Physical and Dynamical Description. Berkeley: **Univ. of Calif. Press**, 202 p., 1965.

STRAWN, R. C.; KENWRIGHT, D. N.; AHMAD, J. Computer visualization of vortex wake systems. **AIAA Journal**, v. 37, n. 4, p. 511-512, 1999.

SUJUDI,D.;HAIMES,R. Identification of swirling flow in 3D vector fields. In: **Proc. AIAA Computational Fluid Dynamics Conf.**, 1995, p. 151-158.

SOUZA,J.M.A.C.D.;DE BOYER MONTEGUT,C.;LE TRAON,P.Y. Comparison between three implementations of automatic identification algorithms for the quantification and characterization of mesoscale eddies in the South Atlantic Ocean. **Ocean Science**, v. 7, n. 3, p. 317-334,2011.

TASCHETTO,A.S.;WAINER,I. Estudo Climatológico dos Parâmetros de Superfície Marinha no Atlântico Sudoeste. **Revista Brasileira de Metereologia**, v. 17, n. 2, p. 229-242, 2002.

TEIXEIRA, G. L. G.; CHACALTANA, J. T. A.; ACUÑA, J. R. Análise da distribuição da temperatura superficial do mar ao largo do estado do Espírito Santo–BR, durante o inverno de 1997. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto,14,2009, Natal. **Anais XIV Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**, INPE,2009, p. 6673-6680.

TESCHL,G. **Ordinary differential equations and dynamical systems**. Disponível em:< <http://www.radon.mat.univie.ac.at/~gerald/ftp/book-ode/>>. Acesso em: 20 ago. 2013.

WECHSLER,H. Texture analysis - a survey. **Signal Processing**, v. 2, n. 3, p. 271-282, 1980.

WEISS,J. The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 48, n. 2-3, p. 273-294, 1991.

ZHOU,J;CHEN,F;GU,J. A novel algorithm for detecting singular points from fingerprint images. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 31, n. 7, p. 1239-1250, 2009.